Berufsschulfit für technische Berufe

Mathematische Grundlagen

Übungsbeispiele für den leichteren Einstieg in die 1. Klasse Berufsschule zu folgenden Themen:

1. **Formvorgaben**
2. **Einheiten und deren Umrechnung**
3. **Schluss- und Prozentrechnungen**
4. **Bruchrechnen**
5. **Formelumstellungen**
6. **Umfangsberechnungen**
7. **Flächenberechnungen**
8. **Oberflächen- und Volumensberechnungen**
9. **Geometrie Grundlagen**

Es sind im folgendem Manuskript zu jedem Thema die verschiedensten Beispiele angeführt, welche, je nach Bedarf, intensiver oder nur einzelne Beispiele gerechnet werden können.

Lösungen sind ebenfalls enthalten wobei für die Richtigkeit keine Garantie gegeben werden kann.

Diese Unterlagen sind jederzeit erweiterbar und für ein Feedback jeglicher Art sind wir sehr dankbar.

Wir wünschen viel Freude und Erfolg im neuen Lehrberuf.

Markus Felder, WKV Ausbildungsberatung
Gerhard Lenzi, LBS Bregenz 2
Martin Lechthaler, LBS Bludenz

Formvorgaben für Berechnungen

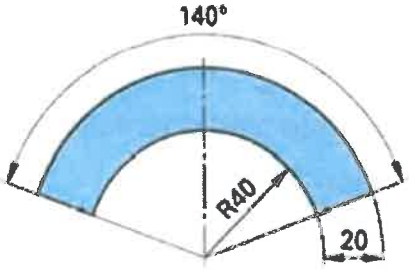
Zur Erstellung von übersichtlichen, gut nachvollziehbaren und prüfbaren Berechnungen ist eine gewisse Form notwendig.
Eine saubere und immer einheitliche Form fördert das Verständnis und das Erlernen mathematischer Aufgaben. Im Normalfall werden dadurch auch weniger Fehler gemacht.

Elemente einer empfehlenswerten Form:

- Gegeben (geg.) und Gesucht (ges.) anschreiben
  (nur Formelzeichen verwenden – also keine Textteile)
- Bereich „Gegeben" und „Gesucht" mit Strich trennen
- Grundformeln mit den Formelzeichen anschreiben
- Erforderliche Formelumstellungen vollständig anschreiben
- Zahlen mit den „richtigen" Einheiten in die Formel einsetzen
- Ergebnisse doppelt unterstreichen
- Antwortsatz wo erforderlich (Textaufgaben und Arbeitsaufträge)

Beispiel:

Die Fläche des Kreisringausschnittes ist gesucht.



geg. $D = 120\,mm$
$d = 80\,mm$
$\alpha = 140°$

ges. $A = 2.443,46\,mm^2$

$$A = \frac{(D^2 - d^2)\,\pi\,\alpha}{4 \cdot 360°}$$

$$= \frac{[(120\,mm)^2 - (80\,mm)^2]\,\pi \cdot 140°}{4 \cdot 360°}$$

$$= \underline{\underline{2.443,46\,mm^2}}$$

Umrechnung von Einheiten

Diese Formelsammlung gibt zu allen Größen einer Formel immer das Formelzeichen und eine Einheit an. Setzt man bei Berechnungen die gegebenen Größen in den vorgeschlagenen Einheiten in die Formel ein, erhält man auch die gesuchte Größe in der angegebenen Einheit.

Beispiel:

Formel für die Leistung $P = F \cdot v$ (Seite 24) mit

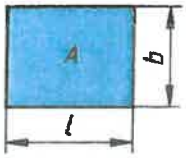
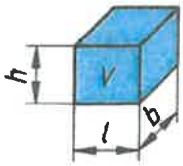
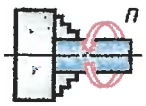
P	Leistung	W
F	Kraft	N
v	Geschwindigkeit	m/s

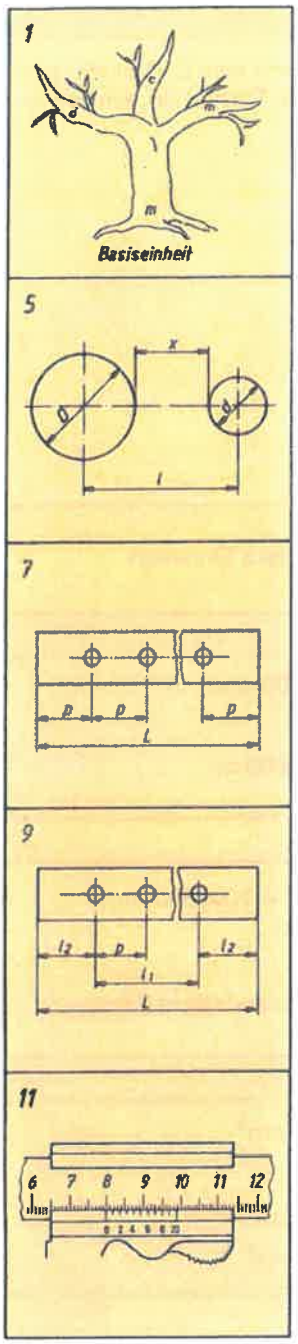
Berechnungsbeispiel: $F = 12$ kN, $v = 300$ m/min; $P = ?$ kW

Umrechnung der Einheiten: $F = 12$ kN $= 12\,000$ N

$v = 300$ m/min $= 300$ m / 60 s $= 5$ m/s

Lösung: $P = F \cdot v = 12\,000$ N $\cdot$ 5 m/s $=$ **60 000 W** $= 60$ kW

Größe: Beispiel	Größe: Formelzeichen	Einheit: Name	Einheit: Zeichen	Umrechnung in andere Einheiten
Länge				
	l	Meter	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 µm 1 µm = $\frac{1}{1000}$ mm; 1 km = 1000 m
Fläche				
	A, S	Quadratmeter	m^2	1 m^2 = 100 dm^2 = 10 000 cm^2 = 1 000 000 mm^2 1 dm^2 = 100 cm^2 = 10 000 mm^2 1 cm^2 = 100 mm^2 1 a = 100 m^2 } nur für Grundstücksflächen 1 ha = 10 000 m^2
Volumen und Hohlmaße				
	V	Kubikmeter Liter	m^3 l, L	1 m^3 = 1000 dm^3 = 1 000 000 cm^3 1 dm^3 = 1000 cm^3 1 cm^3 = 1000 mm^3 1 l = 1 L = 1 dm^3 = 0,001 m^3 1 dl = 100 cm^3; 1 ml = 1 cm^3
Winkel (eben)				
	α, β, γ	Grad Minute Sekunde	° ′ ″	1° = 60′ 1′ = $\frac{1°}{60}$ = 60″ = 0,016$\overline{6}$° 1″ = $\frac{1°}{3600} = \frac{1'}{60}$ für Drehbewegungen auch Radiant rad 1 rad = $\frac{180°}{\pi} \approx 57{,}296°$
Zeit				
	t	Sekunde Minute Stunde Tag	s min h d	1 s = $\frac{1}{60}$ min 1 min = 60 s = $\frac{1}{60}$ h 1 h = 60 min = 3600 s 1 d = 24 h
Drehzahl, Drehfrequenz				
	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	1/s = 60/min = 60 min^{-1} 1/min = 1 min^{-1} = $\frac{1}{60\ s}$



Aufgaben

Maßsysteme, Teilung von Längen

1. Verwandeln Sie in die angegebene Einheit:
   a) mm: 1,43 cm, 6,82 m, 5,8 dm, 0,3 m, 6,76 cm, 0,685 m, 0,045 dm
   b) m: 2,84 dm, 7621 cm, 0,5 mm, 7,8 cm, 3,41 cm, 482,5 mm, 0,85 cm
   c) cm: 0,36 dm, 312 mm, 0,8 m, 3,7 dm, 0,01 m, 62,8 mm, 0,68 dm
   d) dm: 3,21 m, 0,48 m, 3,4 mm, 8,6 cm, 7,88 mm, 32,08 m, 7,85 cm

2. Verwandeln Sie in die angegebene Einheit und addieren Sie:
   a) mm: 3,42 m + 34 cm + 68,1 cm + 34,1 mm + 0,085 m + 3,485 cm + 0,05 dm
   b) cm: 3,42 m + 38 cm + 0,12 mm + 0,03 dm + 0,045 m + 0,085 dm + 22,2 cm

3. Verwandeln Sie in die angegebene Einheit und subtrahieren Sie:
   a) m : 86,4 m – 8,2 cm – 3,45 cm – 0,87 dm – 0,034 m – 0,082 dm – 3,45 m
   b) dm: 45,6 m – 5,4 cm – 2,34 m – 0,05 m – 0,78 cm – 3,455 cm – 0,34 m

4. Zwei Rohrenden von 420 mm und 38,2 cm Länge werden stumpf voreinander geschweißt. Berechnen Sie die geschweißte Rohrlänge in m!

5. Der Mittenabstand zweier Bohrungen mit den Durchmessern 44 und 23 mm beträgt 318,5 mm. Welche Materialdicke bleibt zwischen den Bohrungen stehen?

6. Von einem Stahlrohr mit 4,25 m Länge werden die Teillängen 1,4 m, 85 mm, 165,5 cm und 4,12 dm abgeschnitten. Die Schnittbreite des Sägeblattes beträgt 1,5 mm. Berechnen Sie die Restlänge in m!

7. In einen Flachstahl von 5,81 m Länge sind 6 Löcher zu bohren, die vom Ende und auch untereinander den gleichen Abstand haben. Ermitteln Sie die festzulegende Teilung in mm! (Formel siehe Seite 8)

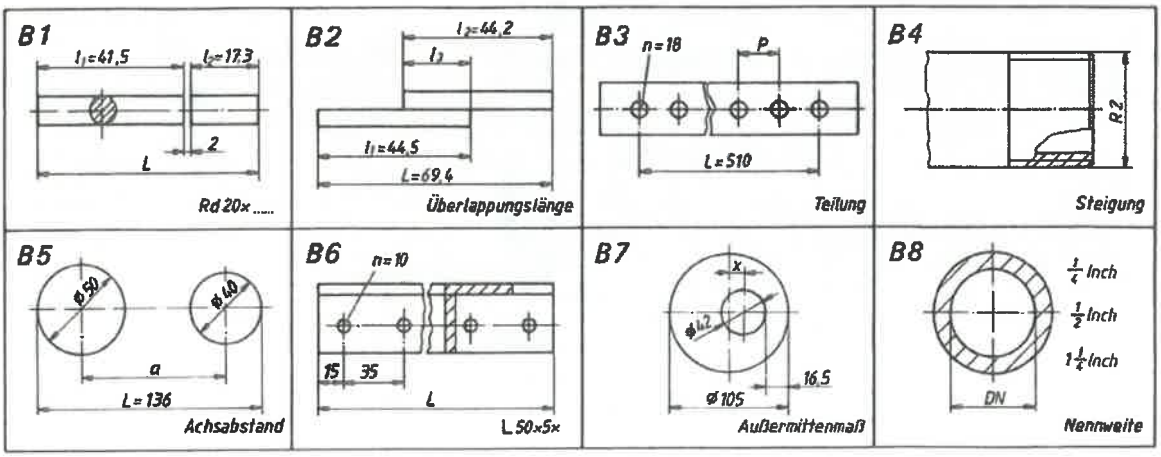
8. Von einem 5,4 m langen Flachstahl werden 165 mm lange Teillängen abgeschnitten. Die Breite des Sägeblattes beträgt 1,5 mm. Berechnen Sie die Stückzahl der Teillängen und die Restlänge in m!

9. In einen Flachstahl von 520 mm Länge werden 8 Löcher in gleichen Abständen gebohrt. Berechnen Sie bei 50 mm Randabstand die Teilung! (Formel siehe Seite 8)

10. Stellen Sie die Gleichungen für die Teilung von Längen auf: a) mit gleichen Endlängen, b) mit ungleichen Endlängen.

▶ **Wissen – Erkennen – Werten**

a) Erklären Sie die Basiseinheit Meter, nennen Sie gebräuchliche Unterteilungen.
b) Zeigen Sie den Unterschied zwischen metrischem und Inch-Maßsystem auf.
c) Erläutern Sie den Noniuswert eines Messschiebers von 1/10 mm. (Skizze 11).
d) Wie erreicht man mit dem Messschieber eine Messgenauigkeit von 1/20 mm?
e) Erläutern Sie die Begriffe: Bezugstemperatur, Messgröße, Messwert, Istmaß.



				Hinweise
B3	$\Delta l = l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta t$	$= 450 \cdot 0{,}000012 \cdot 380$	$= 2{,}052\,\text{mm}$	○
	$l_2 = l_1 + \Delta l$	$= 450 + 2{,}052$	$= 452{,}052\,\text{mm}$	
B4	$\Delta d = d \cdot \alpha \cdot \Delta t$	$= 25 \cdot 0{,}000012 \cdot 20$	$= 0{,}006\,\text{mm} \mathrel{\hat{=}} 6\,\mu\text{m}$	$\Delta d \mathrel{\hat{=}} \Delta l$
	Ausschussseite	$= 24{,}979 \cdot 0{,}000012 \cdot 20$	$= 0{,}005995\,\text{mm} \mathrel{\hat{=}} 5{,}995\,\mu\text{m}$	
B5	$\Delta d = d_1 \cdot \alpha \cdot \Delta t$	$= 30 \cdot 0{,}000012 \cdot 180$	$= 0{,}0648\,\text{mm}$	"
	$d_2 = d_1 + \Delta d$	$= 30 + 0{,}0648$	$= 30{,}0648\,\text{mm}$	
B6	$l_1 = \dfrac{l_2}{1 + \alpha \cdot \Delta t}$	$= \dfrac{44{,}98}{1 + 0{,}000012 \cdot 15}$	$= 44{,}972\,\text{mm}$	$l_2 = l_1 + \Delta l$
	$\phi 45\,h_7$	$= 45 - 0{,}025$	$= 44{,}975\,\text{mm}$	$l_2 = l_1 (1 + \alpha \cdot \Delta t)$
		$44{,}972 < 44{,}975$	$\rightarrow$ (Ausschuss)	
B7	$\Delta d = d_2 - d_1$	$= 0{,}4\,\text{mm} + 0{,}1$	$= 0{,}5\,\text{mm}$	
	$\Delta t = \dfrac{\Delta d}{d_1 \cdot \alpha}$	$= \dfrac{0{,}5}{49{,}6 \cdot 0{,}000012}$	$= 840\,\text{K}$	$\Delta d = d_1 \cdot \alpha \cdot \Delta t$
	$t_2 = t_1 + \Delta t$	$= 20 + 840$	$= 860\,°\text{C}$	
B8	$\phi 60^{H_7} \rightarrow A_0$	$= 30\ \mu\text{m}$	$= 0{,}03\,\text{mm}$	$\Delta d = A_0 + 0.02$
	$\Delta t = \dfrac{\Delta d}{d \cdot \alpha}$	$= \dfrac{0{,}05}{60 \cdot 0.000012}$	$= 69{,}44\,\text{K}$	
	$t_2 = t_1 + \Delta t$	$= 20 + 69{,}44$	$= 89{,}44\,°\text{C}$	$\Delta t = t_2 - t_1$

Maßsysteme, Teilung von Längen

1. a)	14,3	6820	580	300	67,6	685	4,5	mm
b)	0,284	76,21	0,0005	0,078	0,0341	0,4825	0,0085	m
c)	3,6	31,2	80	37	1	6,28	6,8	cm
d)	32,1	4,8	0,034	0,86	0,0788	320,8	0,785	dm

2. a) 4599,95 mm b) 407,862 cm — Addition

3. a) 82,7043 m b) 427,7365 dm — Subtraktion

4.	$L = l_1 + l_2$	$= 0{,}42 + 0{,}382$	$= 0{,}802\,\text{m}$	$L = \Sigma l$
5.	$x = l - R - r$	$= 318{,}5 - 22 - 11{,}5$	$= 285\,\text{mm}$	$l = R + x + r$
6.	$x = L - \Sigma l$	$= 4{,}25 - 3{,}558$	$= 0{,}692\,\text{m}$	$L = \Sigma l + x$
	Σl	$= 1{,}4 + 0{,}085 + 1{,}655 + 0{,}412 + 4 \cdot 0{,}0015$	$= 3{,}558\,\text{m}$	
7.	$p = \dfrac{L}{n+1}$	$= \dfrac{5810}{6+1}$	$= 830\,\text{mm}$	$L = p(n+1)$
8.	$n = \dfrac{L}{p}$	$= \dfrac{5400}{165}$	≈ 32	$L = p \cdot n$
	$l = L - 165 - 1{,}5 \cdot n$	$= 5400 - 166{,}5 \cdot 32$	$= 72\,\text{mm}$	$L = p \cdot n + 1{,}5 \cdot n + l$
9.	$p = \dfrac{L - 100}{n - 1}$	$= \dfrac{520 - 100}{8 - 1}$	$= 60\,\text{mm}$	$L = 100 + (n - 1) \cdot p$

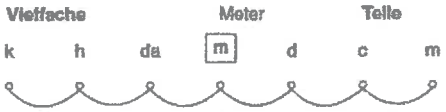
© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

10. a) n = Anzahl der Bohrungen, Schnitte
z = Anzahl der Teilungen $\rightarrow z = n + 1$
$L = z \cdot p \quad = (n + 1) \cdot p$

b) n = Anzahl der Bohrungen, Schnitte
z = Anzahl der Teilungen $\rightarrow z = n - 1$
$L = \Sigma l \quad = l_1 + l_2 + l_3$
$l_1 = z \cdot p \quad = (n - 1) \cdot p$

Wissen – Erkennen – Werten

a) 1 m ist 1/40 Millionen m vom Erdumfang.
1 m entspricht der 1650763,73 fachen Wellenlänge der von den Atomen des Edelgases Krypton im Vakuum ausgesandten Strahlen.



b) Die Umrechnungszahl für die metrische Längeneinheit ist 10.
Die Umrechnungszahl für die Inch-Längeneinheit ist 25,4.
(1 Inch = 25,4 mm), die Längeneinheit wird in 16 Teile unterteilt.

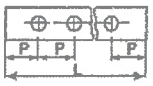
c) 9 mm sind in 10 gleiche Teile unterteilt.
Strichabstand $= 9/10 \quad = 0{,}9$ mm
Teilungsdifferenz $= 1 - 0{,}9 \quad = 0{,}1$ mm $= \frac{1}{10}$ mm

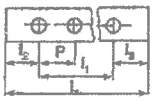
d) 19 mm sind in 20 gleiche Teile unterteilt.
Strichabstand $= 19/10 \quad = 1{,}9$ mm
Teilungsdifferenz $= 2 - 1{,}9 \quad = 0{,}1$ mm $= \frac{1}{10}$ mm
39 mm sind in 20 gleiche Teile unterteilt.
Strichabstand $= 39/20 \quad = 1{,}95$ mm
Teilungsdifferenz $= 2 - 1{,}95 \quad = 0{,}05$ mm $= \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ mm

e) ... ist ein Vergleichen mit einer bekannten Einheit, Bezugstemperatur ist 20 °C.
... ist die zu messende Größe, z. B. Länge, Winkel, Masse ...
... ist die abgelesene Größe, Größe ist Zahlenwert mal Einheit.
... ist das festgestellte Maß, Ergebnis von Messungen.

B1	$L = l_1 + l_2 + 2$	$= 41{,}5 + 17{,}3 + 2$	$= 60{,}8$ mm	$L = \Sigma l$
B2	$69{,}4 = 44{,}5 + 44{,}2 - l_3$	$\rightarrow l_3$	$= 19{,}3$ mm	Ergänzung
B3	$p = \frac{L}{n-1}$	$= \frac{510}{18-1}$	$= 30$ mm	$L = p(n-1)$
B4	$p = \frac{1\text{ Inch}}{Z}$	$= \frac{25{,}4}{11}$	$= 2{,}309$ mm	Tabellenbuch
B5	$a = L - R - r$	$= 136 - 25 - 20$	$= 91$ mm	$L = R + r + a$
B6	$L = 2e + (n-1) \cdot p$	$= 2 \cdot 15 + 9 \cdot 35$	$= 345$ mm	Teilung
B7	$x = R - r - 16{,}5$	$= 52{,}5 - 21 - 16{,}5$	$= 15$ mm	$R = x + r + 16{,}5$
B8	$\frac{1}{4}$ Inch	$= \frac{25}{4}$	$= 6{,}35$ mm	1 Inch = 25,4 mm
	$\frac{1}{2}$ Inch	$= \frac{25{,}4}{2}$	$= 12{,}7$ mm	
	$1\frac{1}{4}$ Inch	$= 25{,}4 + 6{,}35$	$= 31{,}75$ mm	

Hinweise





früher

Einteilung

metrisch
Inch (Zoll)

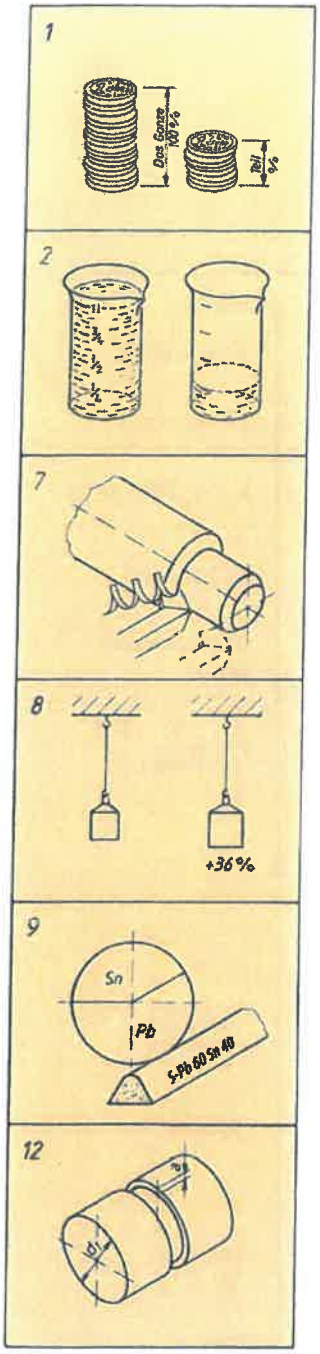
Nonius – 1/10

Nonius 1/20

erweitert

Messen
Messgröße
Messwert
Istmaß

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien



Aufgaben

Prozentrechnung

Berechnen Sie die fehlenden Werte.

1. Aufgabe

	a	b	c
Das Ganze	400 EUR	42 m	? h
Teil vom Ganzen	20 EUR	? m	3 h
Anzahl pro 100	? %	5 %	20 %

2. Aufgabe

	a	b
Grundwert	12 l	30 kg
Prozentwert	3 l	?
Prozentsatz	? %	kg
		12 %

3. Ein Facharbeiter arbeitet im Akkord für 16 EUR pro Stunde. Um wie viel % liegt sein Akkordlohn über seinem Normallohn von 12 EUR?

4. Eine gebrauchte Bohrmaschine wurde mit 16 % Preisnachlass verkauft. Der Käufer bezahlte 410 EUR. Was hätte die Maschine ohne Nachlass gekostet?

5. Ein Werkstück hat ein Rohgewicht von 45,4 kg, das durch die Bearbeitung um 14 % verringert wird. Ermitteln Sie das Fertiggewicht.

6. Die monatliche Miete für eine Werkstatt betrug 186 EUR; sie wurde auf 316 EUR erhöht. Berechnen Sie die prozentuale Mieterhöhung!

7. Ein Drehteil wurde mit einem WS-Stahl in 25 Minuten bearbeitet, mit einem HS 10-4-3-10 Drehmeißel in 20,5 Minuten. Wie groß ist die Zeitersparnis in %?

8. Durch Vergüten wurde die Zugfestigkeit eines Stahles um 36 % gesteigert. Dabei erhöhte sich der Wert auf 11,2 N/mm². Welche Zugfestigkeit hatte der Stahl vor dem Vergüten?

9. Ein Werk hat 140 kg der Markenbezeichnung S-Pb 60 Sn 40 hergestellt. Errechnen Sie die Anteile von Sn und Pb!

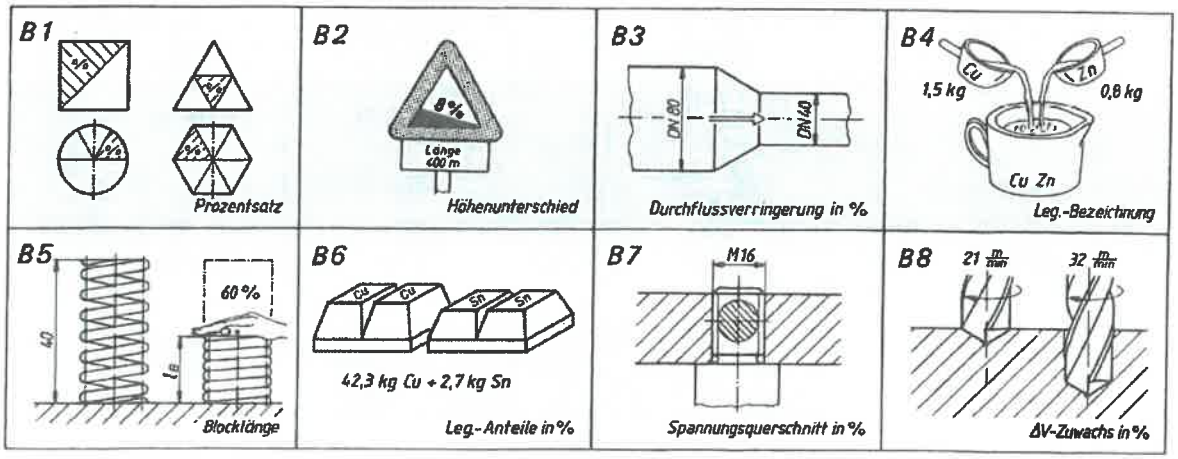
10. In 60 kg CuSnPb sind 51,6 kg Cu, 5,4 kg Sn und 0,6 kg Pb enthalten. Der Rest ist Zink. Berechnen Sie die Anteile in %!

11. Ein Werkstück, welches früher aus Stahl hergestellt wurde, soll aus Gründen der Gewichtsersparnis aus Aluminium gefertigt werden. Errechnen Sie die Gewichtsersparnis in %!

12. Eine Welle von 26 mm Durchmesser erhält einen 2,4 mm tiefen Einstich. Um wie viel % wird der Querschnitt dadurch geschwächt?

▶ **Wissen – Erkennen – Werten**

a) Erläutern Sie die Begriffe: Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz.
b) Schreiben Sie den Prozentsatz von 20 % als Bruch.
c) Zeigen Sie für die Prozentrechnung verschiedene Lösungsmöglichkeiten auf.
d) Was besagt bei einer U-Scheibe DIN 434 eine Neigungsangabe von 8 %?
e) Nennen Sie berufstypische Anwendungsbereiche der Prozentrechnung.



			Hinweise
B3 $l_1 = \frac{l_2 \cdot d_1}{d_2}$	$= \frac{251 \cdot 60}{80}$	$= 188{,}25$ mm	$l_1 : l_2 = d_1 : d_2$
B4 $t = \frac{3 \cdot 16}{18}$		$= 2\frac{2}{3}$ min	$16 : 18 = t : 3$
B5 $n_1 = \frac{d_2 \cdot n_2}{n_1}$	$= \frac{280 \cdot 150}{190}$	$= 221$ 1/min	$n_1 : n_2 = d_2 : d_1$
B6 $x = \frac{1}{2{,}5}$	$= \frac{45}{2{,}5}$	$= 18$ mm	$1 : 2{,}5 = x : 1$
$D = d + x$	$= 20 + 18$	$= 38$ mm	
B7 1 m² Blech von 1 mm Dicke		$= 7{,}85$ kg	flächenbezogene Masse
1,5 · 0,6 Blech von 0,5 mm Dicke		$= 7{,}85 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}5$	
		$= 3{,}53$ kg	
B8 4 kW auf 3 m Höhe in 1 h			$P \sim \frac{1}{\text{Höhe}}$
2 kW auf 0,75 m Höhe in x h			
$x = \frac{1 \cdot 4 \cdot 0{,}75}{2 \cdot 3}$		$= 0{,}5$ h	

Prozentrechnung

1. a)	400 EUR = 100 % 20 EUR = x %	$x = \frac{100 \cdot 20}{400}$	$= 5$ %	
b)	100 % = 42 m 5 % = x	$x = \frac{42 \cdot 5}{100}$	$= 2{,}1$ m	$\frac{100}{5} = \frac{42}{x}$
c)	20 % = 3 h 100 % = x	$x = \frac{3 \cdot 100}{20}$	$= 15$ h	$\frac{20}{100} = \frac{3}{x}$
2. a)	121 = 100 % 31 = x	$x = \frac{100 \cdot 3}{12}$	$= 25$ %	$\frac{12}{3} = \frac{100}{x}$
b)	100 % = 30 kg 12 % = x	$x = \frac{30 \cdot 12}{100}$	$= 3{,}6$ kg	$\frac{100}{12} = \frac{30}{x}$
3.	12 EUR = 100 % 4 EUR =	$\frac{100 \cdot 4}{12}$	$= 33\frac{1}{3}$ %	Lohn
4.	84 % = 410 EUR 100 % =	$\frac{410 \cdot 100}{84}$	$= 488{,}10$ EUR	Nachlass
5.	100 % = 45,4 kg 86 % =	$\frac{45{,}4 \cdot 86}{100}$	$= 39{,}044$ kg	Zerspanung
6.	186 EUR = 100 % 130 EUR =	$\frac{100 \cdot 130}{186}$	$= 69{,}89$ %	%-Erhöhung
7.	25 min = 100 % 4,5 min =	$\frac{100 \cdot 4{,}5}{25}$	$= 18$ %	Zeitersparnis
8.	136 % = 11,2 N/mm² 100 % =	$\frac{11{,}2 \cdot 100}{136}$	$= 8{,}24$ N/mm²	Vergüten

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

				Hinweise
9.	100 %	= 140 kg		
	40 %	= Sn %	$= \frac{140 \cdot 40}{100}$ = 56 kg	S-Pb 60 Sn 40 ≙ 40 % Sn
	100 %	= 140 kg		
	60 %	= Pb	$= \frac{140 \cdot 60}{100}$ = 84 kg	
10.	Cu	$= \frac{100 \cdot 51{,}6}{60}$	= 86 %	CuSnPb = 100 %
	Sn	$= \frac{100 \cdot 5{,}4}{60}$	= 9 %	
	Pb	$= \frac{100 \cdot 0{,}6}{60}$	= 1 %	
	Zn	= Rest	= 4 %	
			Σ = 100 %	
11.	7,85	= 100 %		
	2,7	=	$\frac{100 \cdot 2{,}7}{7{,}85}$ = 34,4 %	Δ Masse
	Ersparnis = 100 − 34,4		= 65,6 %	
12.	$d_1 = 26$ mm →	$A_1 = 530{,}929\ mm^2$		
	$d_2 = 21{,}2$ mm →	$A_2 = 352{,}989\ mm^2$		Schwächung Welle
		$\Delta A = 177{,}940\ mm^2$		
	$530{,}929\ mm^2$	= 100 %		
	$177{,}94\ mm^2$	$= \frac{100 \cdot 177{,}94}{530{,}929}$	= 33,515 %	

Wissen – Erkennen – Werten

a)	Grundwert – das Ganze Prozentwert – Teil vom Ganzen Prozentsatz – Anzahl pro Hundert	Begriffe
b)	20 % sind $\frac{20}{100}$.	Schreibweise
c)	Die Prozentrechnung ist eine besondere Form der Dreisatzrechnung oder der Verhältnisrechnung (Proportionen).	Lösungsschritte
d)	Die Unterlegscheibe von 25 mm Lochdurchmesser ist für ein U-Profil mit 8 % Neigung vorgesehen.	Neigung
e)	Legierungsbestandteile, Schwindmaß, Abbrand, Zuschlagsfaktor für die Kalkulation, Verschnitt, Lohnerhöhung, Akkordzuschlag ...	Anwendung

B1	50 %, 25 %, $16\frac{2}{3}$ %, $16\frac{2}{3}$ %			Teilflächen
B2	Steigung auf 100 m um 8 m		x = 32 m	$\frac{100}{400} = \frac{8}{x}$
B3	DN 80 → A_1	= 5026 mm^2		Tabelle
	DN 40 → A_2	= 1256 mm^2		
	5026 mm^2 = 100 %			
	3770 mm^2 = x	$x = \frac{100 \cdot 3770}{5026}$	= 75 %	$\Delta A = A_1 - A_2$
B4	1,5 kg Cu + 0,8 kg Zn		= 2,3 kg CuZn	
	2,3 kg = 100 %			
	1,5 kg = x	$x = \frac{100 \cdot 1{,}5}{2{,}3}$	≈ 65 %	CuZn 35
	2,3 kg = 100 %			
	0,8 kg = x	$x = \frac{100 \cdot 0{,}8}{2{,}3}$	≈ 35 %	

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

1 Bruchzahlen findest du häufig im Alltag. Schreibe den Bruchteil im Satz an.

a) Für einen Pudding brauche ich einen **halben Liter** Milch. ..... Liter

b) Du kommst eine **viertel Stunde** zu spät. ..... Stunde

c) Für den Kuchen benötige ich **ein achtel Liter** Öl. ..... Liter

d) Du bist **dreieinhalb Kilometer** gelaufen. ..... Kilometer

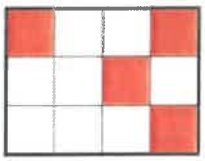
2 Welcher Bruchteil ist färbig dargestellt?

$\frac{3}{4}$

... Zähler: Er zählt die Teile.
... Bruchstrich: Er bedeutet Teilung oder Division (3 : 4).
... Nenner: Er benennt die einzelnen Teile.
ZB: Ein Ganzes wurde in vier gleiche Teile geteilt.

a)

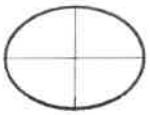
b)

c) 

d)

e)

3 Bemale den angegebenen Bruchteil.

a)  $\frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $\frac{5}{6}$

d) $\frac{7}{8}$

4 Ordne die Brüche richtig zu.

Echter Bruch: Der Zähler ist kleiner als der Nenner. ZB: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{10}$

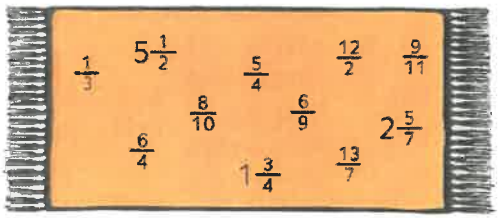
Unechter Bruch: Der Zähler ist größer als der Nenner. ZB: $\frac{5}{2}$, $\frac{14}{7}$, $\frac{6}{3}$

Einen unechten Bruch kannst du auch als **gemischte Zahl** anschreiben. ZB: $\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$

Echter Bruch: .....

Unechter Bruch: .....

Gemischte Zahl: .....



© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-2
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

5 Schreibe den unechten Bruch als gemischte Zahl an.

$\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ a) $\frac{9}{5} =$ b) $\frac{11}{7} =$ c) $\frac{26}{4} =$ d) $\frac{32}{9} =$ e) $\frac{50}{6} =$ f) $\frac{28}{3} =$

Hinweis: Überlege, wie oft 1 Ganzes im Zähler steckt.

6 Gib als gemischte Zahl an.

a) $\frac{15}{7}, \frac{6}{4}, \frac{7}{3}, \frac{15}{10}$ b) $\frac{18}{12}, \frac{14}{6}, \frac{45}{7}, \frac{34}{8}$ c) $\frac{31}{4}, \frac{40}{3}, \frac{19}{9}, \frac{73}{9}$

7 Gib die gemischte Zahl als unechten Bruch an.

$1\frac{5}{9} = \frac{14}{9}$ a) $3\frac{3}{4} =$ b) $5\frac{4}{5} =$ c) $6\frac{1}{2} =$ d) $4\frac{2}{7} =$ e) $2\frac{7}{9} =$ f) $8\frac{5}{6} =$

Hinweis: Multipliziere die Ganzen mit dem Nenner und zähle den Zähler dazu.

8 Schreibe als unechten Bruch an. Kontrolliere dich selbst.

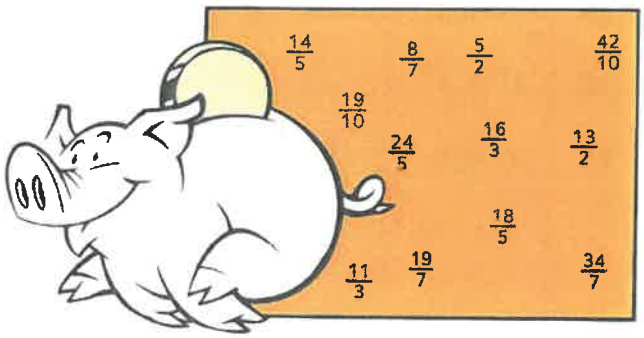
In der Zeichnung sind alle richtigen Lösungen enthalten.
Findest du deine Lösung nicht, dann überprüfe deine Rechnung auf Fehler.

$2\frac{4}{5} =$ $2\frac{1}{2} =$ $4\frac{4}{5} =$

$1\frac{9}{10} =$ $3\frac{3}{5} =$ $2\frac{5}{7} =$

$1\frac{1}{7} =$ $4\frac{2}{10} =$ $5\frac{1}{3} =$

$6\frac{1}{2} =$ $3\frac{2}{3} =$ $4\frac{6}{7} =$



9 Schreibe die Division als Bruch an.

$3 : 4 = \frac{3}{4}$ a) 10 : 100 = b) 2 : 10 = c) 5 : 2 = d) 7 : 8 = e) 4 : 8 =

10 Setze > oder < ein.

a) $\frac{2}{4}$ _____ $\frac{3}{4}$ b) $\frac{7}{10}$ _____ $\frac{2}{10}$ c) $\frac{3}{5}$ _____ $\frac{3}{8}$ d) $\frac{2}{8}$ _____ $\frac{2}{4}$ e) $1\frac{1}{3}$ _____ $\frac{2}{3}$

Hinweis: Der Nenner gibt an, in wie viele Teile ein Ganzes geteilt ist. $\frac{1}{5} > \frac{1}{8}$

11 Ordne die Brüche. Beginne mit dem größten Bruch und setze > ein.

a) $\frac{12}{8}, \frac{12}{10}, \frac{12}{2}$ b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}$ c) $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{10}$ d) $\frac{3}{4}, \frac{7}{4}, \frac{10}{4}$

öbv © Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-2
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

1 a) $\frac{1}{2}$ Liter b) $\frac{1}{4}$ Stunde c) $\frac{1}{8}$ Liter d) $3\frac{1}{2}$ Kilometer

2 a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{5}{8}$

4 echter Bruch: $\frac{1}{3}, \frac{8}{10}, \frac{6}{9}, \frac{9}{11}$ unechter Bruch: $\frac{6}{4}, \frac{5}{4}, \frac{12}{2}, \frac{13}{7}$

gemischte Zahl: $5\frac{1}{2}, 1\frac{3}{4}, 2\frac{5}{7}$

5 a) $1\frac{4}{5}$ b) $1\frac{4}{7}$ c) $6\frac{2}{4}$ d) $3\frac{5}{9}$ e) $8\frac{2}{6}$

f) $9\frac{1}{3}$

6 a) $2\frac{1}{7}, 1\frac{2}{4}, 2\frac{1}{3}, 1\frac{5}{10}$ b) $1\frac{6}{12}, 2\frac{2}{6}, 6\frac{3}{7}, 4\frac{2}{8}$

c) $7\frac{3}{4}, 13\frac{1}{3}, 2\frac{1}{9}, 8\frac{1}{9}$

7 a) $\frac{15}{4}$ b) $\frac{29}{5}$ c) $\frac{13}{2}$ d) $\frac{30}{7}$ e) $\frac{25}{9}$

f) $\frac{53}{6}$

9 a) $\frac{10}{100}$ b) $\frac{2}{10}$ c) $\frac{5}{2}$ d) $\frac{7}{8}$ e) $\frac{4}{8}$

10 a) $<$ b) $>$ c) $>$ d) $<$ e) $>$

11 a) $\frac{12}{2} > \frac{12}{8} > \frac{12}{10}$ b) $\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$ c) $\frac{2}{3} > \frac{2}{5} > \frac{2}{10}$ d) $\frac{10}{4} > \frac{7}{4} > \frac{3}{4}$

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-2
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

1 **Der Wassergehalt bei Pilzen beträgt $\frac{9}{10}$ der Gesamtmasse.**

Gib an, wie viel Liter Wasser in den Pilzmengen enthalten sind.
a) 25 kg Pilze b) 12 kg Pilze c) 28 kg Pilze

2 **Gib als Bruchzahl an.**

a) 12 m von 36 m b) 8 kg von 10 kg c) 5 Stunden von einem Tag

3 **Schreibe als Bruch in der größeren Einheit.**

a) 375 m b) 4 dm c) 3 Stunden d) 20 Minuten

4 **Gib in Sekunden an.**

a) $\frac{3}{10}$ min b) $\frac{4}{5}$ min c) $2\frac{1}{2}$ min d) $4\frac{5}{6}$ min

5 **Berechne die Zutatenmenge a) für $1\frac{1}{2}$ fache Menge b) $3\frac{1}{2}$ fache Menge.**

Zutaten für Krapfen: 500 g Mehl, 40 g Germ, 40 g Butter, 50 g Zucker, 2 Eier, $\frac{1}{4}$ Liter Milch

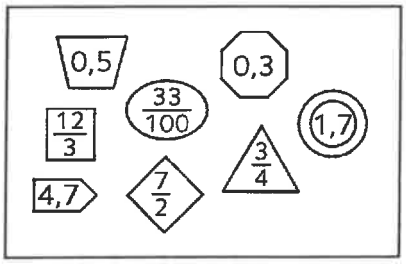
6 **Schreibe in gemischten Zahlen.**

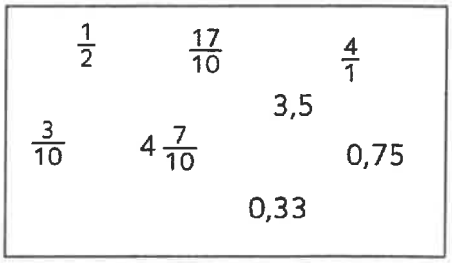
a) $\frac{45}{6}$ b) $\frac{105}{24}$ c) $\frac{43}{3}$ d) $\frac{244}{22}$

7 **Schreibe als unechten Bruch.**

a) $3\frac{4}{5}$ b) $8\frac{12}{15}$ c) $6\frac{7}{25}$ d) $8\frac{3}{11}$

8 **Markiere die entsprechenden Bruchzahlen im rechten Kästchen mit dem gleichen Symbol.**





9 **Ergänze die fehlenden Zähler bzw. Nenner.**

a) $4{,}5 = 4\frac{5}{}$ b) $1{,}75 = \frac{175}{}$ c) $3{,}775 = \frac{}{1\,000}$

d) $0{,}25 = \frac{}{100}$ e) $2{,}06 = \frac{}{100}$ f) $0{,}755 = \frac{755}{}$

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-5
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

1 Der Wassergehalt bei Pilzen beträgt $\frac{9}{10}$ der Gesamtmasse.

Gib an, wie viel Liter Wasser in den Pilzmengen enthalten sind.

a) 25 kg Pilze **22,5 l**
b) 12 kg Pilze **10,8 l**
c) 28 kg Pilze **25,2 l**

2 Gib als Bruchzahl an.

a) 12 m von 36 m $\frac{12}{36}$
b) 8 kg von 10 kg $\frac{8}{10}$
c) 5 Stunden von einem Tag $\frac{5}{24}$

3 Schreibe als Bruch in der größeren Einheit.

a) 375 m $\frac{375}{1\,000}$ km
b) 4 dm $\frac{4}{10}$ m
c) 3 Stunden $\frac{3}{24}$ d
d) 20 Minuten $\frac{1}{3}$ h

4 Gib in Sekunden an.

a) $\frac{3}{10}$ min **18 s**
b) $\frac{4}{5}$ min **48 s**
c) $2\frac{1}{2}$ min **150 s**
d) $4\frac{5}{6}$ min **290 s**

5 Berechne die Zutatenmenge a) für $1\frac{1}{2}$ fache Menge b) $3\frac{1}{2}$ fache Menge.

Zutaten für Krapfen: 500 g Mehl, 40 g Germ, 40 g Butter, 50 g Zucker, 2 Eier, $\frac{1}{4}$ Liter Milch

a) 750 g Mehl, 60 g Germ, 60 g Butter, 75 g Zucker, 3 Eier, $\frac{3}{8}$ l Milch

b) 1 750 g Mehl, 140 g Germ, 140 g Butter, 175 g Zucker, 7 Eier, 0,875 l Milch

6 Schreibe in gemischten Zahlen.

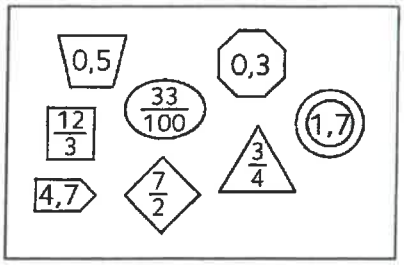
a) $\frac{45}{6}$ $7\frac{3}{6}$
b) $\frac{105}{24}$ $4\frac{9}{24}$
c) $\frac{43}{3}$ $14\frac{1}{3}$
d) $\frac{244}{22}$ $11\frac{2}{22}$

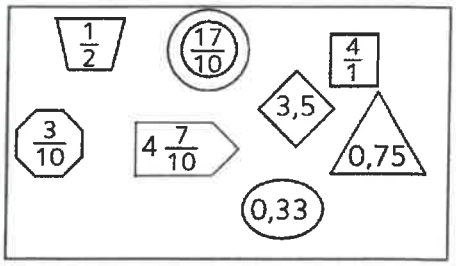
7 Schreibe als unechten Bruch.

a) $3\frac{4}{5}$ $\frac{19}{5}$
b) $8\frac{12}{15}$ $\frac{132}{15}$
c) $6\frac{7}{25}$ $\frac{157}{25}$
d) $8\frac{3}{11}$ $\frac{91}{11}$

öbv
© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-5
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

8 **Markiere die entsprechenden Bruchzahlen im rechten Kästchen mit dem gleichen Symbol.**





9 **Ergänze die fehlenden Zähler bzw. Nenner.**

a) $4{,}5 = 4\frac{5}{\mathbf{10}}$ b) $1{,}75 = \frac{175}{\mathbf{100}}$ c) $3{,}775 = \frac{\mathbf{3\,775}}{1\,000}$

d) $0{,}25 = \frac{\mathbf{25}}{100}$ e) $2{,}06 = \frac{\mathbf{206}}{100}$ f) $0{,}755 = \frac{755}{\mathbf{1\,000}}$

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-5
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

1 **Gib an, mit welcher Zahl der Bruch erweitert wurde.**

a) $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ b) $\frac{4}{9} = \frac{60}{135}$ c) $\frac{2}{7} = \frac{32}{112}$

2 **Wo wurde falsch erweitert?**

☐ $\frac{3}{5} = \frac{18}{30}$ ☐ $\frac{2}{9} = \frac{30}{27}$ ☐ $\frac{6}{7} = \frac{16}{17}$

3 **Erweitere die Brüche so, dass möglichst kleine gleiche Nenner entstehen.**

a) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$ b) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{9}$ c) $\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{10}$

4 **Erweitere mit dem angegebenen Wert.**

a) $\frac{3}{5}$ mit 7 b) $\frac{1}{4}$ mit x c) $\frac{3}{8}$ mit 4y d) $\frac{3}{7}$ mit 4x

5 **Kürze die Brüche.**

a) $\frac{78}{90}$ b) $\frac{81}{9}$ c) $\frac{16}{24}$ d) $\frac{15a}{25a}$ e) $\frac{14b}{42}$

6 **Unter den Brüchen hat einer einen anderen Wert. Kreise ihn ein.**

a) $\frac{18}{12}, \frac{6}{4}, \frac{24}{16}, \frac{8}{6}, \frac{12}{8}, \frac{30}{20}$

b) $\frac{4}{5}, \frac{24}{30}, \frac{16}{20}, \frac{36}{45}, \frac{10}{12}, \frac{20}{25}$

7 **Vergleiche die Brüche und setze > oder < dazwischen.**

a) $\frac{5}{8}$ ___ $\frac{7}{6}$ b) $\frac{4}{7}$ ___ $\frac{3}{8}$ c) $\frac{9}{20}$ ___ $\frac{13}{24}$ d) $2\frac{3}{5}$ ___ $2\frac{2}{3}$

8 **Trage die erweiterten Brüche in die Tabelle ein.**

	erweitere	mit 3	mit 7	mit a	mit 2a
Beispiel	$\frac{x}{2}$	$\frac{3x}{6}$	$\frac{7x}{14}$	$\frac{ax}{2a}$	$\frac{2ax}{4a}$
a)	$\frac{9}{10}$				
b)	$\frac{19}{100}$				
c)	$\frac{b}{4}$				
d)	$\frac{5}{c}$				
e)	$\frac{3x}{y}$				
f)	$\frac{2x}{3m}$				

öbv
© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-5
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

1 Gib an, mit welcher Zahl der Bruch erweitert wurde.

a) $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ **5**

b) $\frac{4}{9} = \frac{60}{135}$ **15**

c) $\frac{2}{7} = \frac{32}{112}$ **16**

2 Wo wurde falsch erweitert?

☐ $\frac{3}{5} = \frac{18}{30}$

☒ $\frac{2}{9} = \frac{30}{27}$

☒ $\frac{6}{7} = \frac{16}{17}$

3 Erweitere die Brüche so, dass möglichst kleine gleiche Nenner entstehen.

a) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{\quad}{12}$
$\mathbf{\frac{8}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12}}$

b) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{9}, \frac{\quad}{18}$
$\mathbf{\frac{12}{18}, \frac{15}{18}, \frac{14}{18}}$

c) $\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{10}, \frac{\quad}{20}$
$\mathbf{\frac{5}{20}, \frac{16}{20}, \frac{14}{20}}$

4 Erweitere mit dem angegebenen Wert.

a) $\frac{3}{5}$ mit 7
$\mathbf{\frac{21}{35}}$

b) $\frac{1}{4}$ mit x
$\mathbf{\frac{x}{4x}}$

c) $\frac{3}{8}$ mit 4y
$\mathbf{\frac{12y}{32y}}$

d) $\frac{3}{7}$ mit 4x
$\mathbf{\frac{12x}{28x}}$

5 Kürze die Brüche.

a) $\frac{78}{90} = \mathbf{\frac{26}{30} = \frac{13}{15}}$

b) $\frac{81}{9} = \mathbf{9}$

c) $\frac{16}{24} = \mathbf{\frac{2}{3}}$

d) $\frac{15a}{25a} = \mathbf{\frac{3}{5}}$

e) $\frac{14b}{42} = \mathbf{\frac{2b}{9}}$

6 Unter den Brüchen hat einer einen anderen Wert. Kreise ihn ein.

a) $\frac{18}{12}, \frac{6}{4}, \frac{24}{16}, \frac{8}{6}, \frac{12}{8}, \frac{30}{20}$

b) $\frac{4}{5}, \frac{24}{30}, \frac{16}{20}, \frac{36}{45}, \frac{10}{12}, \frac{20}{25}$

7 Vergleiche die Brüche und setze > oder < dazwischen.

a) $\frac{5}{8} < \frac{7}{6}$

b) $\frac{4}{7} > \frac{3}{8}$

c) $\frac{9}{20} < \frac{13}{24}$

d) $2\frac{3}{5} > 2\frac{2}{3}$

öbv
© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-5
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

8 **Trage die erweiterten Brüche in die Tabelle ein.**

	erweitere	mit 3	mit 7	mit a	mit 2a
Beispiel	$\frac{x}{2}$	$\frac{3x}{6}$	$\frac{7x}{14}$	$\frac{ax}{2a}$	$\frac{2ax}{4a}$
a)	$\frac{9}{10}$	$\frac{27}{30}$	$\frac{63}{70}$	$\frac{9a}{10a}$	$\frac{18a}{20a}$
b)	$\frac{19}{100}$	$\frac{57}{300}$	$\frac{133}{700}$	$\frac{19a}{100a}$	$\frac{38a}{200a}$
c)	$\frac{b}{4}$	$\frac{3b}{12}$	$\frac{7b}{28}$	$\frac{ab}{4a}$	$\frac{2ab}{8a}$
d)	$\frac{5}{c}$	$\frac{15}{3c}$	$\frac{35}{7c}$	$\frac{5a}{ac}$	$\frac{10a}{2ac}$
e)	$\frac{3x}{y}$	$\frac{9x}{3y}$	$\frac{21x}{7y}$	$\frac{3ax}{ay}$	$\frac{6ax}{2ay}$
f)	$\frac{2x}{3m}$	$\frac{6x}{9m}$	$\frac{14x}{21m}$	$\frac{2ax}{3am}$	$\frac{4ax}{6am}$

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-5
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

1 Berechne

a) $\frac{11}{12} - \frac{5}{8} =$

b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8} =$

c) $\frac{3}{4} - \frac{3}{5} =$

2 Berechne

a) $3\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} =$

b) $6\frac{3}{8} - 2\frac{2}{3} =$

c) $9\frac{7}{8} - 3\frac{7}{10} =$

3 Berechne

a) $4\frac{3}{4} - 3\frac{7}{10} + 1\frac{2}{5} =$

b) $5\frac{4}{5} - 1\frac{2}{3} + 1\frac{3}{15} =$

4 Die Rechnungen in Klammern sind zuerst auszuführen.

a) $\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) =$ _____

b) $\left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5}\right) - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\right) =$ _____

c) $\left(3\frac{3}{8} - \frac{5}{8}\right) - \left(1\frac{1}{8} - \frac{3}{8}\right) =$ _____

5 Vervollständige das magische Quadrat.

Beispiel:

		$1\frac{2}{3}$
2	$2\frac{2}{3}$	
$3\frac{2}{3}$		

$1\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} + 3\frac{2}{3} = 8$

$8 - 2 - 3\frac{2}{3} = 2\frac{1}{3}$

...

$2\frac{1}{3}$	4	$1\frac{2}{3}$
2	$2\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{3}$
$3\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{3}$	3

a)

$3\frac{18}{20}$		$4\frac{12}{20}$
	$3\frac{11}{20}$	
$2\frac{10}{20}$		

b)

$\frac{14}{12}$		$1\frac{6}{12}$
	$1\frac{5}{12}$	
		$1\frac{8}{12}$

öbv
© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-5
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

1 Berechne

a) $\frac{11}{12} - \frac{5}{8} = \frac{22}{24} - \frac{15}{24} = \frac{7}{24}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8} = \frac{20}{24} - \frac{9}{24} = \frac{11}{24}$

c) $\frac{3}{4} - \frac{3}{5} = \frac{15}{20} - \frac{12}{20} = \frac{3}{20}$

2 Berechne

a) $3\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} = 2\frac{3-2}{4} = 2\frac{1}{4}$

b) $6\frac{3}{8} - 2\frac{2}{3} = 4\frac{9-16}{24} = 3\frac{17}{24}$

c) $9\frac{7}{8} - 3\frac{7}{10} = 6\frac{35-28}{40} = 6\frac{7}{40}$

3 Berechne

a) $4\frac{3}{4} - 3\frac{7}{10} + 1\frac{2}{5} = 2\frac{15-14+8}{20} = 2\frac{9}{20}$

b) $5\frac{4}{5} - 1\frac{2}{3} + 1\frac{3}{15} = 3\frac{12-10+3}{15} = 3\frac{5}{15} = 3\frac{1}{3}$

4 Die Rechnungen in Klammern sind zuerst auszuführen.

a) $\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) = \frac{8}{4} + \frac{4}{4} = \frac{12}{4} = 3$

b) $\left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5}\right) - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\right) = \frac{7}{5} - \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$

c) $\left(3\frac{3}{8} - \frac{5}{8}\right) - \left(1\frac{1}{8} - \frac{3}{8}\right) = 2\frac{6}{8} - \frac{6}{8} = 2$

5 Vervollständige das magische Quadrat.

Beispiel:

		$1\frac{2}{3}$
2	$2\frac{2}{3}$	
$3\frac{2}{3}$		

$1\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} + 3\frac{2}{3} = 8$

$8 - 2 - 3\frac{2}{3} = 2\frac{1}{3}$

...

$2\frac{1}{3}$	4	$1\frac{2}{3}$
2	$2\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{3}$
$3\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{3}$	3

a)

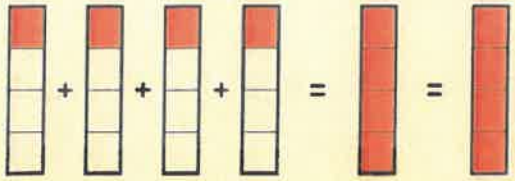
$3\frac{18}{20}$	$2\frac{3}{20}$	$4\frac{12}{20}$
$4\frac{5}{20}$	$3\frac{11}{20}$	$2\frac{17}{20}$
$2\frac{10}{20}$	$4\frac{19}{20}$	$3\frac{4}{20}$

b)

$\frac{14}{12}$	$1\frac{7}{12}$	$1\frac{6}{12}$
$1\frac{9}{12}$	$1\frac{5}{12}$	$1\frac{1}{12}$
$1\frac{4}{12}$	$1\frac{3}{12}$	$1\frac{8}{12}$

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-5
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

1 **Eine Multiplikation kannst du auch als Addition darstellen.**

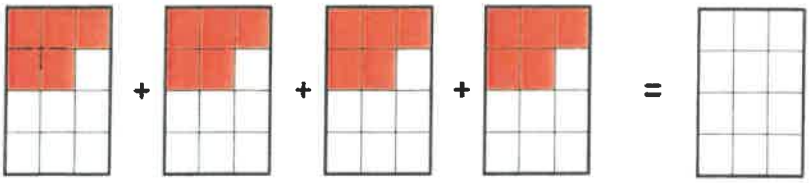


$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

Oder schneller:

$\frac{1}{4} \cdot 4 = \frac{1 \cdot 4}{4} = 1$

a)



$\frac{5}{12}$ + ... + ... + ... = ...

Oder schneller:

$\frac{5}{12} \cdot 4 =$ .....

Multipliziere einen Bruch mit einer natürlichen Zahl, indem du den Zähler mit der natürlichen Zahl multiplizierst.

2 **Schreibe als Multiplikation und berechne.**

a) $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} =$ b) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} =$ c) $\frac{4}{6} + \frac{4}{6} + \frac{4}{6} + \frac{4}{6} + \frac{4}{6} + \frac{4}{6} =$

3 **Ergänze den Zähler.**

$\frac{1}{5} \cdot 3 = \frac{3}{5}$

a) $\frac{2}{6} \cdot 5 = \frac{\quad}{6}$ b) $\frac{4}{9} \cdot 3 = \frac{\quad}{9}$ c) $\frac{6}{10} \cdot 7 = \frac{\quad}{10}$ d) $5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{\quad}{4}$

4 **Schreibe das Ergebnis als gemischte Zahl.**

$\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

a) $\frac{3}{4} \cdot 5 =$ b) $\frac{1}{2} \cdot 5 =$ c) $7 \cdot \frac{2}{6} =$ d) $\frac{3}{8} \cdot 4 =$

e) $\frac{3}{6} \cdot 8 =$ f) $4 \cdot \frac{4}{9} =$ g) $\frac{2}{7} \cdot 4 =$ h) $5 \cdot \frac{7}{10} =$ i) $\frac{5}{8} \cdot 9 =$

5 **Je zwei Multiplikationen haben dasselbe Ergebnis. Male sie mit gleicher Farbe an.**

$\frac{3}{4} \cdot 6$ $\frac{1}{4} \cdot 8$ $\frac{1}{2} \cdot 9$

$\frac{1}{2} \cdot 7$ $\frac{1}{3} \cdot 6$ $\frac{7}{4} \cdot 2$

öbv
© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-2
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

6 Multipliziere mit einem Bruch.

$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$ $\frac{\text{Zähler x Zähler}}{\text{Nenner x Nenner}}$

Multipliziere Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.

a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} =$ b) $\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{6} =$ c) $\frac{2}{4} \cdot \frac{1}{2} =$ d) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{6} =$ e) $\frac{4}{5} \cdot \frac{8}{12} =$

7 Kürze, wenn möglich, bevor du multiplizierst.

$\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{4}_{2}} \cdot \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{8}_{2}} = \frac{1}{4}$

a) $\frac{2}{4} \cdot \frac{4}{8} =$ b) $\frac{2}{7} \cdot \frac{14}{3} =$ c) $\frac{28}{5} \cdot \frac{10}{7} =$

d) $\frac{12}{9} \cdot \frac{18}{24} =$ e) $\frac{27}{9} \cdot \frac{3}{18} =$ f) $\frac{15}{21} \cdot \frac{3}{5} =$ g) $\frac{81}{20} \cdot \frac{10}{9} =$

Hinweis: Streiche die ursprüngliche Zahl durch.
Schreibe klein, aber deutlich die gekürzte Zahl an.

8 Gib zuerst die gemischte Zahl als unechten Bruch an, dann multipliziere.

$2\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{\cancel{9}^{3}}{4} \cdot \frac{1}{\cancel{3}_{1}} = \frac{3}{4}$

a) $1\frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} =$ b) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} =$ c) $1\frac{7}{9} \cdot \frac{1}{4} =$

d) $3\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{4} =$ e) $2\frac{5}{10} \cdot \frac{5}{8} =$ f) $2\frac{4}{7} \cdot \frac{14}{8} =$ g) $3\frac{4}{5} \cdot \frac{10}{3} =$

9 Ilona kauft einen Sechserpack Mineralwasser.

In einer Flasche sind $1\frac{1}{2}$ l Mineralwasser.

Wie viel Liter Mineralwasser muss sie nach Hause tragen?

10 Wie lang ist die Gesamtstrecke?
Bei einem Radrennen wird ein $2\frac{1}{4}$ km langer Rundkurs 5-mal durchfahren.

11 Berechne im Kopf.

a) $\frac{1}{2}$ von 8 = b) $\frac{1}{4}$ von 16 = c) $\frac{1}{3}$ von 9 =

12 Bei einem Biologietest erreicht Laura $\frac{3}{4}$ von 36 Punkten.

Ihr Freund Martin $\frac{2}{3}$ von 36 Punkten.
Wie viele Punkte erreichte Laura bzw. Martin?

öbv © Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-2
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

1 a) $1\frac{8}{12} = 1\frac{2}{3}$

2 a) $1\frac{3}{5}$ b) $3\frac{1}{3}$ c) 4

3 a) 10 b) 12 c) 42 d) 15

4 a) $3\frac{3}{4}$ b) $2\frac{1}{2}$ c) $2\frac{1}{3}$ d) $1\frac{1}{2}$ e) 4
f) $1\frac{7}{9}$ g) $1\frac{1}{7}$ h) $3\frac{1}{2}$ i) $5\frac{5}{8}$

6 a) $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{18}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{9}$ e) $\frac{8}{15}$

7 a) $\frac{1}{4}$ b) $1\frac{1}{3}$ c) 8 d) 1 e) $\frac{1}{2}$
f) $\frac{3}{7}$ g) $4\frac{1}{2}$

8 a) $\frac{9}{10}$ b) $\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $1\frac{5}{6}$ e) $1\frac{9}{16}$
f) $4\frac{1}{2}$ g) $12\frac{2}{3}$

9 9 Liter

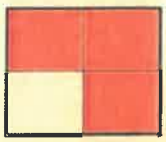
10 $11\frac{1}{4}$ km

11 a) 4 b) 4 c) 3

12 Laura: 27 Punkte, Martin: 24 Punkte

öbv
© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-2
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

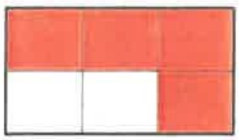
1 Schreibe die Division an und berechne.



: 3 =

$\frac{3}{4} : 3 = \frac{\cancel{3}^{1}}{4 \cdot \cancel{3}_{1}} = \frac{1}{4}$

a) : 2 =

b)  : 2 =

Ein Bruch wird durch eine natürliche Zahl dividiert, indem man mit dem Nenner multipliziert.

2 Dividiere, indem du mit dem Nenner multiplizierst. Kürze, bevor du multiplizierst.

$\frac{4}{5} : 2 = \frac{\cancel{4}^{2}}{5 \cdot \cancel{2}_{1}} = \frac{2}{5}$

a) $\frac{2}{3} : 2 =$ b) $\frac{3}{8} : 2 =$ c) $\frac{3}{6} : 3 =$ d) $\frac{6}{10} : 3 =$

e) $\frac{6}{9} : 3 =$ f) $\frac{8}{20} : 4 =$ g) $\frac{9}{12} : 5 =$ h) $\frac{12}{5} : 3 =$ i) $\frac{12}{7} : 2 =$

3 Berechne jeweils die Hälfte.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{6}{5}$ e) $\frac{8}{10}$

4 Berechne

a) Dividiere durch 3: $\frac{9}{10}$, $\frac{12}{15}$, $\frac{6}{20}$

b) Dividiere durch 4: $\frac{4}{5}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{20}{25}$

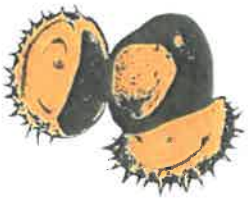
5 Gib die gemischte Zahl zuerst als unechten Bruch an, dann dividiere.

$2\frac{2}{5} : 2 = \frac{12}{5} : 2 = \frac{\cancel{12}^{6}}{5 \cdot \cancel{2}_{1}} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

a) $1\frac{2}{3} : 5 =$ b) $2\frac{1}{2} : 5 =$ c) $1\frac{1}{7} : 2 =$ d) $2\frac{2}{3} : 4 =$

6 Fünf Kinder sammeln im Herbst $2\frac{1}{2}$ kg Kastanien.

Sie teilen gerecht. Wie viel erhält jedes Kind?



7 Gib den Kehrwert des Bruchs an.

Beim Kehrwert werden Zähler und Nenner vertauscht.

Kehrwert von $\frac{5}{8} = \frac{8}{5}$

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{7}{9}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{6}$ e) $\frac{4}{5}$ f) $\frac{3}{7}$

öbv
© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-2
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

8 Multipliziere den Bruch mit seinem Kehrwert. Was fällt dir auf?

$\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{1} = \frac{4}{4} = 1$

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{2}{8}$ e) $\frac{3}{9}$ f) $\frac{4}{7}$

9 Dividiere durch einen Bruch.

Dividiere durch einen Bruch, indem du mit dem Kehrwert multiplizierst.

$\frac{1}{2} : \frac{4}{5} =$

Hinweis: $\frac{4}{5}$ Kehrwert ⇨ $\frac{5}{4}$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{8}$

a) $\frac{2}{3} : \frac{1}{2} =$ b) $\frac{3}{5} : \frac{4}{7} =$ c) $\frac{5}{6} : \frac{2}{7} =$ d) $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} =$ e) $\frac{6}{8} : \frac{5}{7} =$

10 Berechne

Hinweis: Kürze, wenn möglich, vor dem Ausrechnen.

$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} =$

$\frac{3}{\cancel{4}_2} \cdot \frac{\cancel{2}^1}{1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

a) $\frac{3}{8} : \frac{1}{4} =$ b) $\frac{3}{10} : \frac{1}{2} =$ c) $\frac{5}{6} : \frac{3}{4} =$

d) $\frac{1}{4} : \frac{3}{8} =$ e) $\frac{9}{10} : \frac{3}{5} =$ f) $\frac{2}{14} : \frac{4}{7} =$

11 Schreibe die gemischte Zahl als unechten Bruch an und dividiere.

$3\frac{3}{5} : \frac{3}{10} =$

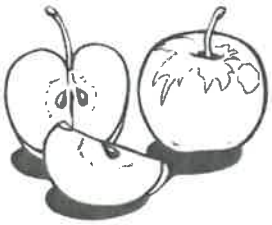
$\frac{\cancel{18}^6}{\cancel{5}_1} \cdot \frac{\cancel{10}^2}{\cancel{3}_1} = \frac{12}{1} = 12$

a) $2\frac{4}{5} : \frac{7}{9} =$ b) $6\frac{1}{4} : 1\frac{5}{6} =$ c) $2\frac{1}{2} : 1\frac{7}{8} =$

d) $3\frac{1}{8} : \frac{5}{4} =$ e) $2\frac{3}{4} : \frac{11}{8} =$ f) $4\frac{2}{3} : \frac{2}{9} =$

12 Frau Wiesner hat aus ihren Äpfeln Saft pressen lassen.

Sie erhält $22\frac{1}{2}$ l Apfelsaft, den sie in $\frac{3}{4}$-Liter-Flaschen abfüllen will. Wie viele Flaschen benötigt sie?



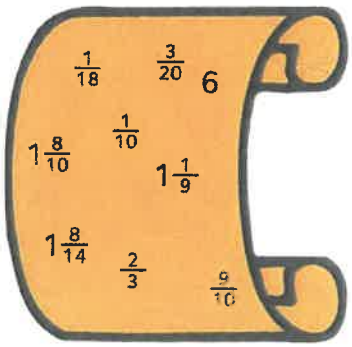
13 Dividiere. Kontrolliere dich selbst.

In der Zeichnung sind alle richtigen Lösungen enthalten.
Findest du deine Lösung nicht,
dann überprüfe deine Rechnung auf Fehler.

a) $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} =$ b) $\frac{5}{6} : \frac{3}{4} =$ c) $\frac{6}{10} : \frac{1}{3} =$

d) $\frac{10}{9} : \frac{5}{3} =$ e) $6\frac{3}{4} : 1\frac{1}{8} =$ f) $2\frac{3}{4} : 1\frac{6}{8} =$

g) $\frac{1}{2} : 5 =$ h) $\frac{6}{5} : 8 =$ i) $\frac{1}{3} : 6 =$



© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-2
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.

1 a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{3}$

2 a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{16}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{2}{9}$
f) $\frac{1}{10}$ g) $\frac{3}{20}$ h) $\frac{4}{5}$ i) $\frac{6}{7}$

3 a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ d) $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ e) $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

4 a) $\frac{3}{10}, \frac{4}{15}, \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{5}, \frac{2}{9}, \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

5 a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{4}{7}$ d) $\frac{2}{3}$

6 $\frac{1}{2}$ kg pro Kind

7 a) $\frac{4}{1}$ b) $\frac{9}{7}$ c) $\frac{2}{1}$ d) $\frac{6}{2}$ e) $\frac{5}{4}$
f) $\frac{7}{3}$

8 a–f = 1

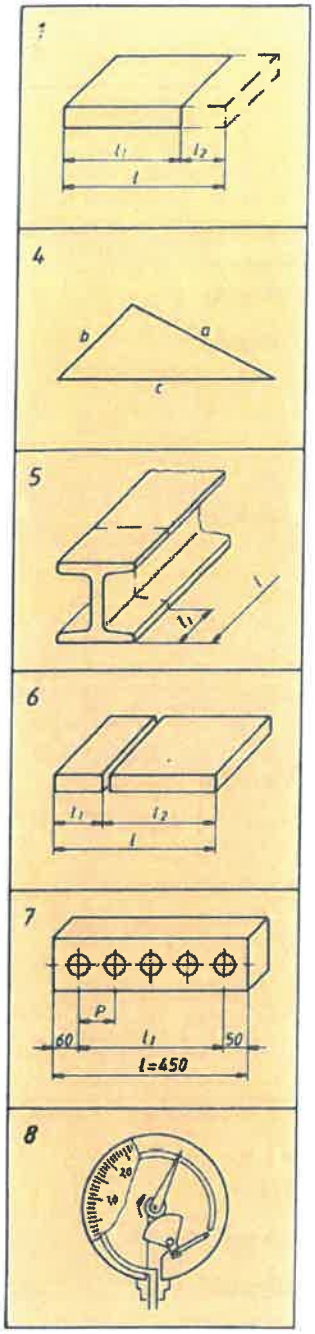
9 a) $1\frac{1}{3}$ b) $1\frac{1}{20}$ c) $2\frac{11}{12}$ d) $1\frac{1}{3}$ e) $1\frac{1}{20}$

10 a) $1\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $1\frac{1}{9}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $1\frac{1}{2}$
f) $\frac{1}{4}$

11 a) $3\frac{3}{5}$ b) $3\frac{9}{22}$ c) $1\frac{1}{3}$ d) $2\frac{1}{2}$ e) 2
f) 21

12 30 Flaschen

öbv
© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2012 | www.oebv.at | Mach mit Mathematik 2 | ISBN 978-3-209-07126-2
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.



1. Lösen Sie nach allen Buchstaben auf:

a) $a + b = c$	d) $l_1 + l_2 = L$	g) $R_1 = R - R_2$
b) $k - d = v$	e) $g_1 - g_2 = G$	h) $C_2 = C - C_1$
c) $1 + m = -d$	f) $F_1 - F_2 = F_3$	i) $t = t_1 + t_2$

2. Lösen Sie nach allen Größen auf:

a) $A = l \cdot b$	c) $V = A \cdot h$	e) $V = \frac{A \cdot h}{3}$	g) $F_1 = \frac{F_2 \cdot l_2}{l_1}$
b) $m = V \cdot \varrho$	d) $A = \frac{l_B \cdot r}{2}$	f) $A = \frac{l \cdot b}{2}$	h) $i = \frac{n_1}{n_2}$

3. a) $F_1 = \frac{F_2 \cdot P}{2 \cdot R \cdot \pi}$ c) $v = \frac{d \cdot \pi \cdot n}{60}$ e) $t_h = \frac{L \cdot i}{f \cdot n}$ g) $P = F \cdot v$

   b) $P = \frac{M_t \cdot n}{9550}$ d) $P = \frac{F \cdot s}{t}$ f) $C = \frac{D - d}{l}$ h) $t_h = \frac{L \cdot i}{v_f}$

4. Die Summe der Dreiecksseiten beträgt 318 mm. Berechnen Sie die Grundseite, wenn für die anderen beiden Seiten 114 mm und 62 mm gemessen wurden!

5. Von einem T-Träger wird nur 3/4 seiner Länge benötigt. Als Rest bleiben noch 1,60 m übrig. Bestimmen Sie die ursprüngliche Trägerlänge!

6. Ein Flachstahl mit der Länge 1,85 m soll im Verhältnis 2 : 3 durchgesägt werden. Berechnen Sie die Teillängen!

7. Bestimmen Sie für die bemaßte Lochplatte über die aufzustellende Grundgleichung die Teilgrößen.

8. Das 6-fache eines Druckes vermindert um 2 bar ergibt einen Druck von 16 bar. Wie groß ist der Druck?

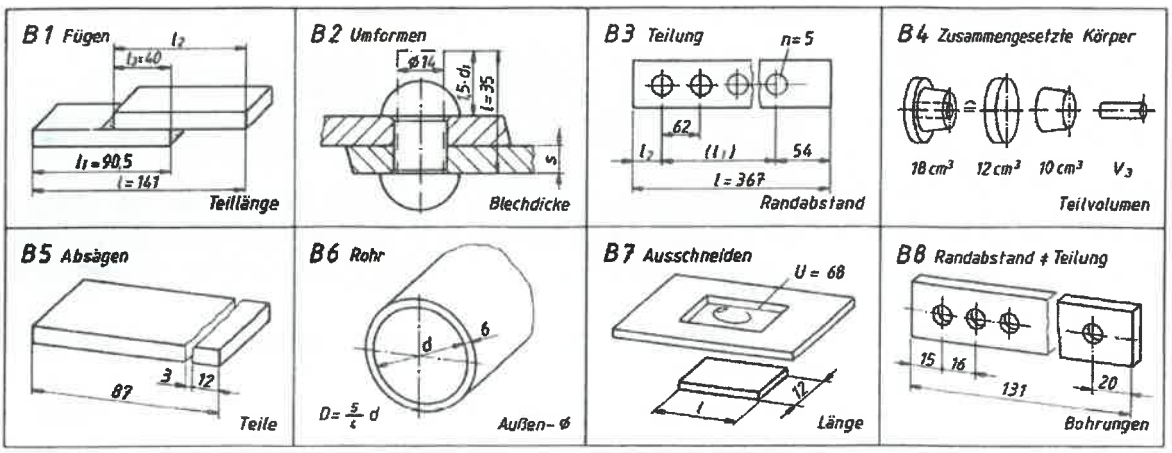
9. Addiert man zum 2-fachen eines Druckes noch 12 bar und vervielfacht die Summe mit 3, so erhält man einen Druck von 162 bar. Wie groß ist der Druck?

▶ **Wissen – Erkennen – Werten**

a) Erläutern Sie, warum man beide Seiten einer Gleichung vertauschen darf.
b) Erklären Sie das Umstellen einer Gleichung in Teilschritten.
c) Begründen Sie die Regel: Seitenwechsel bedingt Zeichenwechsel.
d) Beweisen Sie mit einer Lösungsprobe die Richtigkeit einer Gleichung.

Arbeitsauftrag

Entnehmen Sie dem Tabellenbuch unterschiedliche Formeln und üben Sie das Umstellen von Gleichungen mit
- Additions- und Subtraktionsgrößen,
- Multiplikations- und Divisionsgrößen,
- gemischten Grundrechenarten.



Rechnen mit Formeln

				Hinweise
1. a) $a = c - b$ $b = c - a$	b) $k = v + d$ $d = k - v$	c) $l = -d - m$ $m = -d - l$	d) $l_1 = L - l_2$ $l_2 = L - l_1$	Umstellen
e) $g_1 = G + g_2$ $g_2 = g_1 - G$	f) $F_1 = F_2 + F_3$ $F_2 = F_1 - F_3$	g) $R = R_1 + R_2$ $R_2 = R - R_1$	h) $c = c_1 + c_2$ $c_1 = c - c_2$	
i) $t_1 = t - t_2$ $t_2 = t - t_1$				
2. a) $l = \frac{A}{b}$	b) $V = \frac{m}{\varrho}$	c) $h = \frac{V}{A}$	d) $l_B = \frac{2 \cdot A}{r}$	Umstellen
$b = \frac{A}{l}$	$\varrho = \frac{m}{V}$	$A = \frac{V}{h}$	$r = \frac{2 \cdot A}{l_B}$	
e) $A = \frac{3 \cdot V}{h}$	f) $l = \frac{2 \cdot A}{b}$	g) $F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2}$	h) $n_1 = i \cdot n_2$	
$h = \frac{3 \cdot V}{A}$	$b = \frac{2 \cdot A}{l}$	$l_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{F_2}$	$n_2 = \frac{n_1}{i}$	
3. a) $P = \frac{F_1 \cdot 2 \cdot R \cdot \pi}{F_2}$	b) $n = \frac{9550 \cdot P}{M_t}$	c) $n = \frac{v \cdot 60}{d \cdot \pi}$	d) $s = \frac{t \cdot P}{F}$	Umstellen
$F_2 = \frac{F_1 \cdot 2 \cdot R \cdot \pi}{P}$	$M_t = \frac{9550 \cdot P}{n}$	$d = \frac{v \cdot 60}{\pi \cdot n}$	$t = \frac{F \cdot s}{P}$	
$R = \frac{F_2 \cdot P}{F_1 \cdot 2 \cdot \pi}$			$F = \frac{t \cdot P}{s}$	
e) $i = \frac{s \cdot n \cdot t_h}{L}$	f) $D = C \cdot l + d$	g) $F = \frac{P}{v}$	h) $i = \frac{t_h \cdot v_f}{L}$	
$L = \frac{s \cdot n \cdot t_h}{i}$	$d = D - C \cdot l$	$v = \frac{P}{F}$	$L = \frac{t_h \cdot v_f}{i}$	
$n = \frac{L \cdot f}{s \cdot t_h}$	$l = \frac{D - d}{C}$		$v_f = \frac{L \cdot i}{t_h}$	
4. $c = U - a - b$	$= 318 - 114 - 62$		$= 142\,mm$	$a + b + c = U$
5. $l = 1{,}6 \cdot 4 = 6{,}40\,m$				$1/4 = 1{,}6$
6. $l_1 = \frac{1{,}85 \cdot 2}{5} = 0{,}74\,m$,	$l_2 = \frac{1{,}85 \cdot 3}{5} = 1{,}11\,m$			5 Anteile = 1,85
7. $l = l_1 + l_2 + l_3 = z \cdot p + 110 = (n - 1) \cdot p$				allgemein
$l_1 = l - 110$	$= 450 - 110 = 340\,mm$			$l = l_1 + 110$
$p = \frac{l_1}{z}$	$= \frac{340}{4}$	$= 85\,mm$		$l_1 = z \cdot p$
$n = \frac{l_1}{p} + 1$	$= \frac{340}{85} + 1$	$= 5$		$l_1 = (n - 1) \cdot p$
8. $x = \frac{16 + 2}{6}$	$= 3\,bar$	$= p_1$		$6 \cdot x - 2 = 16$
9. $x = \frac{162 - 36}{6}$		$= 21\,bar$		$(2x + 12) \cdot 3 = 16$

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

Wissen – Erkennen – Werten | **Hinweise**

a) Das Gleichheitszeichen verbindet Gleichwertiges. Gleichwertiges ist mit einer Waage im Gleichgewicht. Gleichwertiges kann auf einer Waage vertauscht werden. — Gleichung

b) Das Umstellen (Umformen) einer Gleichung (Formel) nennt man Gleichungsumstellung (Formelumstellung). — Umstellen

Schritte – 1. Isolieren der gesuchten Größe durch gleiche Rechenoperationen auf beiden Seiten der Gleichung.
2. Gleiches auf beiden Seiten addieren oder subtrahieren.
Gleiches auf beiden Seiten multiplizieren oder dividieren.
3. Die gesuchte Größe muss stets positiv sein.

c) Beim Seitentausch einer Größe ändert sich das Rechenzeichen: — Regel
Aus + wird – oder aus – wird + (mit Beispiel veranschaulichen).

d) Z. B. — Lösungsprobe

$x + 5 = 12 \quad x = 7$
$7 + 5 = 12$ Das Einsetzen des Lösungswerts in die Ausgangsgleichung führt
$12 = 12$ zur wahren Aussage (identische Gleichung).

Aus · wird : oder aus : wird · (mit Beispiel veranschaulichen).

Z. B. — Lösungsprobe

$5 \cdot x = 20 \quad x = 4$
$5 \cdot x = 20$ Das Einsetzen des Lösungswerts in die Ausgangsgleichung führt zur
$20 = 20$ wahren Aussage (identische Gleichung).

B1	$l_2 = l + l_3 - l_1$	$= 141 + 40 - 90{,}5$	$= 90{,}5\,\text{mm}$	$l = l_1 - l_3 + l_2$
B2	$s = \frac{l - 1{,}5\,d_1}{2}$	$= \frac{35 - 1{,}5 \cdot 14}{2}$	$= 7\,\text{mm}$	$l = 2s + 1{,}5\,d_1$
B3	$l_1 = (n-1) \cdot p$	$= (5-1) \cdot 62$	$= 248\,\text{mm}$	$l_1 = z \cdot p$
	$l_2 = l - l_1 - l_3$	$= 367 - 248 - 54$	$= 65\,\text{mm}$	$l = l_1 + l_2 + l_3$
	oder			
	$l = l_2 + l_3 + (n-1) \cdot p$		$= l_2 + l_3 + z \cdot p$	$z = n - 1$
B4	$V_3 = V_1 + V_2 - V$	$= 12 + 10 - 18$	$= 4\,\text{cm}^3$	$V = V_1 + V_2 - V_3$
B5	$l = (n+1) \cdot p + 3n$	$= (p+3) \cdot n + p$		n = Schnitte
	$n = \frac{l - p}{p + 3}$	$= \frac{87 - 12}{12 + 3}$	$= 5$	$n + 1$ = Teile = 6
B6	$d = 8 \cdot s$	$= 8 \cdot 6$	$= 48\,\text{mm}$	$s = \frac{D - d}{2}$
	$D = \frac{5}{4} d$	$= \frac{5 \cdot 48}{4}$	$= 60\,\text{mm}$	$D = \frac{5}{4} d$
B7	$l = \frac{U}{2} - b$	$= \frac{68}{2} - 12$	$= 22\,\text{mm}$	$U = 2(l + b)$
B8	$l = a + b + l_1$	$= a + b + (n-1) \cdot p$		n = Bohrungen
				$n - 1$ = Teile
	$n = \frac{l - (a+b)}{p} + 1$	$= \frac{131 - (15 + 20)}{16} + 1$	$= 7$	$l_1 = (n-1) \cdot p$

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

Aufgaben zu 1.6.1

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x bzw. y bzw. z auf, und machen Sie die Probe.

1. a) $x+17=44;\quad x-5=27$ b) $3x-5=7;\quad 7x+3=17$ c) $3=2x+1;\quad 2=5x+17$

2. a) $\frac{3y}{5}=9;\quad \frac{5y}{13}=15$ b) $\frac{27y}{8}=\frac{45}{32};\quad \frac{25}{12}=\frac{5y}{3}$ c) $\frac{3}{5y}=\frac{2}{7};\quad \frac{5}{2}=\frac{3}{4y}$

3. a) $\frac{x+7}{2}=5;\quad \frac{8-x}{3}=2$ b) $\frac{5x+4}{3}=8;\quad \frac{5}{7+2x}=\frac{1}{7}$ c) $\frac{5}{2}=\frac{6}{2x+3};\quad \frac{3}{5}=\frac{5}{7-2x}$

4. a) $\frac{3z^2}{2}=24;\quad \frac{4z^2}{9}+5=21$ b) $\frac{13z^2}{5}=65;\quad 15=\frac{4z^2}{3}-12$ c) $\frac{3z}{20}=\frac{9}{25z};\quad \frac{21}{32z}=\frac{7z}{24}$

5. a) $\frac{1}{x}=\frac{1}{3}+\frac{1}{2};\quad \frac{1}{y}=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{y}=\frac{2}{5}+\frac{4}{15};\quad \frac{1}{x}=\frac{5}{12}-\frac{3}{8}$ c) $\frac{2}{z}=\frac{1}{3}-\frac{1}{5};\quad \frac{11}{z}=\frac{3}{2}-\frac{2}{5}$
   d) $\frac{1}{5}=\frac{1}{x}+\frac{1}{4};\quad \frac{1}{10}=\frac{1}{x}+\frac{1}{5}$ e) $\frac{1}{6}=\frac{1}{3}-\frac{1}{x};\quad \frac{1}{7}=\frac{1}{2}+\frac{1}{x}$ f) $\frac{2}{5}=\frac{3}{10}+\frac{3}{2x};\quad \frac{5}{4}=\frac{2}{5}-\frac{4}{5x}$

6. a) $15\cdot(12-5z)=125\cdot(4-z)$ b) $2{,}5\cdot(z+21)=4{,}5\cdot(7-z)$ c) $6{,}5\cdot(z+24)=9{,}1\cdot(18-z)$

7. a) $5=\sqrt{x^2+9}$ b) $8=\sqrt{x^2-36}$ c) $9=\sqrt{17+4x^2}$ d) $\sqrt{16-27x^2}=2$

8. a) $e^x=50;\quad e^x=5{,}0$ b) $e^x=2{,}0;\quad e^x=0{,}2$ c) $e^x=10;\quad e^{2x}=10$ d) $e^{0{,}2x}=8;\quad e^{0{,}4x}=8$

9. a) $e^{-x}=4;\quad e^{-x}=16$ b) $e^{-x/2}=3;\quad e^{-x/2}=9$ c) $2=4\,(1-e^{-x/8})$ d) $6{,}3=10\,(1-e^{-x/3})$

Aufgaben zu 1.6.2

Folgende Formeln sind umzuformen und aufzulösen:

1. a) $P=F\cdot v$ nach v; b) $M=F\cdot r$ nach F; c) $W=P\cdot t$ nach P; d) $U=R\cdot I$ nach R;
   e) $s=v\cdot t$ nach v; f) $P=M\cdot\omega$ nach ω; g) $m=\varrho\cdot V$ nach ϱ; h) $u=\pi\cdot d$ nach d

2. a) $V=l\cdot b\cdot h$ nach h; b) $v=d\cdot\pi\cdot n$ nach n; c) $U=v\cdot B\cdot l$ nach B; d) $X_L=2\pi\cdot f\cdot L$ nach L

3. a) $U=U_1+U_2$ nach U_2; b) $U=U_0-U_i$ nach U_0; c) $\Delta t=t_1-t_0$ nach t_0; d) $R_v=R-R_i$ nach R_i

4. a) $I=\frac{Q}{t}$ nach Q; b) $I=\frac{U}{R}$ nach U; c) $\eta=\frac{P_2}{P_1}$ nach P_1; d) $P=\frac{F\cdot s}{t}$ nach F;
   e) $R=\frac{l}{\gamma\cdot A}$ nach A; f) $U=\frac{F\cdot s}{Q}$ nach Q; g) $Q=\frac{\omega\cdot L}{R}$ nach R; h) $\Delta U=\frac{2I\cdot l}{\gamma\cdot A}$ nach A;

5. a) $W=\frac{C\cdot U^2}{2}$ nach U; b) $Q_{bL}=\frac{U^2}{\omega\cdot L}$ nach L; c) $X=\frac{Q}{I^2}$ nach I; d) $C=\frac{Q_{bC}}{\omega\cdot U^2}$ nach U

6. a) $Z=\sqrt{R^2+X_L^2}$ nach X_L; b) $T=2\pi\cdot\sqrt{L\cdot C}$ nach L; c) $I_w=\sqrt{I^2-I_{bL}^2}$ nach I_{bL}

7. a) $U=U_0-I\cdot R_i$ nach R_i; b) $R_v=(n-1)\cdot R_m$ nach n; c) $P=(F_2-F_1)\cdot v$ nach F_1

8. a) $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$ nach C_1; b) $R=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}$ nach R_1; c) $\frac{U_2}{U}=\frac{R_2}{R_1+R_2}$ nach R_1;
   d) $R_p=\frac{R_m}{n-1}$ nach R_m; e) $R_i=\frac{U_0-U}{I}$ nach U; f) $R_1=\frac{R_2\cdot(U-U_{20})}{U_{20}}$ nach U

9. a) $u_c=U_0\cdot e^{-t/\tau}$ nach t; b) $i_L=I_0\cdot e^{-t/\tau}$ nach t; c) $i_L=I_0\cdot(1-e^{-t/\tau})$ nach t

1.6 Gleichungen und Formeln

1.6.1 Arbeiten mit Gleichungen

Lösungen zu 1.6.1

19/1.o. a) $x = 44 - 17 = \mathbf{27}$; $x = 27 + 5 = \mathbf{32}$; b) $3x = 12 \Rightarrow x = \mathbf{4}$; $7x = 14 \Rightarrow x = \mathbf{2}$
c) $2x = 2 \Rightarrow x = \mathbf{1}$; $5x = -15 \Rightarrow x = \mathbf{-3}$

19/2.o. a) $3y = 45 \Rightarrow y = \mathbf{15}$; $5y = 13 \cdot 15 \Rightarrow y = \mathbf{39}$
b) $\frac{3y}{1} = \frac{5}{4} \Rightarrow y = \mathbf{\frac{5}{12}}$; $y = \mathbf{\frac{5}{4}}$; c) $\frac{5y}{3} = \frac{7}{2} \Rightarrow y = \mathbf{\frac{21}{10}}$; $\frac{4y}{3} = \frac{2}{5} \Rightarrow y = \mathbf{\frac{3}{10}}$

19./3.o. a) $x + 7 = 10 \Rightarrow x = \mathbf{3}$; $8 - x = 6 \Rightarrow x = \mathbf{2}$
b) $5x + 4 = 24 \Rightarrow x = \mathbf{4}$; $\frac{7 + 2x}{5} = 7 \Rightarrow 7 + 2x = 35 \Rightarrow x = \mathbf{14}$
c) $\frac{2}{5} = \frac{2x + 3}{6} \Rightarrow 12 = 10x + 15 \Rightarrow x = -\mathbf{\frac{3}{10}}$; $\frac{5}{3} = \frac{7 - 2x}{5} \Rightarrow 25 = 21 - 6x \Rightarrow x = -\mathbf{\frac{2}{3}}$

19/4.o. a) $z^2 = 16 \Rightarrow z = \pm\mathbf{4}$; $\frac{4z^2}{9} = 16 \Rightarrow z = \pm\mathbf{6}$
b) $z^2 = 25 \Rightarrow z = \pm\mathbf{5}$; $\frac{4z^2}{3} = 27 \Rightarrow z = \pm\mathbf{\frac{9}{2}}$
c) $75z^2 = 180 \Rightarrow 5z^2 = 12 \Rightarrow z = \pm\sqrt{\mathbf{\frac{12}{5}}}$; $\frac{3}{4z} = \frac{z}{3} \Rightarrow z = \pm\mathbf{\frac{3}{2}}$

19/5.o. a) $\frac{1}{x} = \frac{2 + 3}{6} \Rightarrow x = \mathbf{\frac{6}{5}}$; $\frac{1}{y} = \frac{1 + 2}{6} \Rightarrow y = \mathbf{2}$
b) $\frac{1}{y} = \frac{6 + 4}{15} \Rightarrow y = \mathbf{\frac{3}{2}}$; $\frac{1}{x} = \frac{10 - 9}{24} \Rightarrow x = \mathbf{24}$
c) $\frac{2}{z} = \frac{5 - 3}{15} \Rightarrow z = \mathbf{15}$; $\frac{11}{z} = \frac{15 - 4}{10} \Rightarrow z = \mathbf{10}$
d) $\frac{1}{x} = \frac{1}{5} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{20} \Rightarrow x = \mathbf{-20}$; $\frac{1}{x} = \frac{1}{10} - \frac{1}{5} = -\frac{1}{10} \Rightarrow x = \mathbf{-10}$
e) $\frac{1}{x} = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \mathbf{6}$; $\frac{1}{x} = \frac{1}{7} - \frac{1}{2} = -\frac{5}{14} \Rightarrow x = -\mathbf{\frac{14}{5}}$
f) $\frac{3}{2x} = \frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \frac{1}{10} \Rightarrow x = \mathbf{15}$; $\frac{4}{5x} = \frac{2}{5} - \frac{5}{4} = -\frac{17}{20} \Rightarrow x = -\mathbf{\frac{16}{17}}$

19/6.o. a) $36 - 15z = 100 - 25z \Rightarrow 10z = 64 \Rightarrow z = \mathbf{6{,}4}$
b) $5z + 105 = 63 - 9z \Rightarrow 14z = -42 \Rightarrow z = \mathbf{-3}$
c) $5z + 120 = 126 - 7z \Rightarrow 12z = 6 \Rightarrow z = \mathbf{0{,}5}$

19/7.o. a) $x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm\mathbf{4}$; b) $x^2 = 100 \Rightarrow x = \pm\mathbf{10}$
c) $4x^2 = 64 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm\mathbf{4}$; d) $27x^2 = 12 \Rightarrow 9x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\mathbf{\frac{2}{3}}$

19/8.o. a) $x = \ln 50 = \mathbf{3{,}91}$; $x = \ln 5 = \mathbf{1{,}609}$; b) $x = \ln 2 = \mathbf{0{,}693}$; $x = \ln 0{,}2 = \mathbf{-1{,}61}$
c) $x = \ln 10 = \mathbf{2{,}30}$; $2x = \ln 10 \Rightarrow x = 0{,}5 \cdot \ln 10 = \mathbf{1{,}15}$
d) $0{,}2x = \ln 8 \Rightarrow x = 5 \cdot \ln 8 = \mathbf{10{,}4}$; $0{,}4x = \ln 8 \Rightarrow x = 2{,}5 \cdot \ln 8 = \mathbf{5{,}20}$

19/9.o. a) $-x = \ln 4 \Rightarrow x = -\ln 4 = \mathbf{-1{,}39}$; $-x = \ln 16 \Rightarrow x = -\ln 16 = \mathbf{-2{,}77}$
b) $-x/2 = \ln 3 \Rightarrow x = -2 \cdot \ln 3 = \mathbf{-2{,}20}$; $-x/2 = \ln 9 \Rightarrow x = -2 \cdot \ln 9 = \mathbf{-4{,}39}$
c) $2 = 4 \cdot (1 - e^{-x/8}) \Rightarrow 1 - e^{-x/8} = 0{,}5 \Rightarrow -x/8 = \ln 0{,}5 \Rightarrow x = \mathbf{5{,}55}$
d) $6{,}3 = 10 \cdot (1 - e^{-x/3}) \Rightarrow 1 - e^{-x/3} = 0{,}63 \Rightarrow -x/3 = \ln 0{,}37 \Rightarrow x = \mathbf{2{,}98}$

1.6.2 Arbeiten mit Formeln

Lösungen zu 1.6.2

19/1.u. a) $v = \frac{P}{F}$ b) $F = \frac{M}{r}$ c) $P = \frac{W}{t}$ d) $R = \frac{U}{I}$

e) $v = \frac{s}{t}$ f) $\omega = \frac{P}{M}$ g) $\varrho = \frac{m}{V}$ h) $d = \frac{u}{\pi}$

19/2.u. a) $h = \frac{V}{l \cdot b}$ b) $n = \frac{v}{d \cdot \pi}$ c) $B = \frac{U}{v \cdot l}$; d) $L = \frac{X_L}{2\pi \cdot f}$

19/3.u. a) $U_2 = U - U_1$ b) $U_0 = U + U_i$ c) $t_0 = t_1 - \Delta t$ d) $R_i = R - R_v$

19/4.u. a) $Q = I \cdot t$ b) $U = R \cdot I$ c) $P_1 = \frac{P_2}{\eta}$ d) $F = \frac{P \cdot t}{s}$

e) $A = \frac{l}{\gamma \cdot R}$ f) $Q = \frac{F \cdot s}{U}$ g) $R = \frac{\omega \cdot L}{Q}$ h) $A = \frac{2I \cdot l}{\gamma \cdot \Delta U}$

19/5.u. a) $U = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{C}}$ b) $L = \frac{U^2}{\omega \cdot Q_{bL}}$ c) $I = \sqrt{\frac{Q}{X}}$ d) $U = \sqrt{\frac{Q_{bC}}{\omega \cdot C}}$

19/6.u. a) $X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$ b) $L = \frac{T^2}{4\pi^2 \cdot C}$ c) $I_{bL} = \sqrt{I^2 - I_w^2}$

19/7.u. a) $R_i = \frac{U_0 - U}{I}$ b) $n = \frac{R_v + R_m}{R_m} = \frac{R_v}{R_m} + 1$ c) $F_1 = \frac{F_2 \cdot v - P}{v} = F_2 - \frac{P}{v}$

19/8.u. a) $C_1 = \frac{1}{\frac{1}{C} - \frac{1}{C_2}} = \frac{C_2 \cdot C}{C_2 - C}$ b) $R_1 = \frac{R_2 \cdot R}{R_2 - R}$ c) $R_1 = \frac{(U - U_2) \cdot R_2}{U_2} = R_2\left(\frac{U}{U_2} - 1\right)$

d) $R_m = R_p \cdot (n - 1)$ e) $U = U_0 - R_i \cdot I$ f) $U = \frac{U_{20} \cdot (R_1 + R_2)}{R_2} = U_{20}\left(\frac{R_1}{R_2} + 1\right)$

19/9.u. a) $e^{t/\tau} = \frac{U_0}{u_c} \Rightarrow t = \tau \cdot \ln\left(\frac{U_0}{u_c}\right) = -\tau \cdot \ln\left(\frac{u_c}{U_0}\right)$ b) $\frac{I_0}{i_L} = e^{t/\tau} \Rightarrow \tau = \frac{t}{\ln(I_0/i_L)}$

c) $I_0 \cdot e^{-t/\tau} = I_0 - i_L \Rightarrow e^{t/\tau} = \frac{I_0}{I_0 - i_L} \Rightarrow t/\tau = \ln\left(\frac{I_0}{I_0 - i_L}\right) \Rightarrow t = \tau \cdot \ln\left(\frac{I_0}{I_0 - i_L}\right)$.

1.6.3 Verhältnisgleichungen, Dreisatzrechnen

Lösungen zu 1.6.3

20/1.o. 25 Stück ≙ 12 € ⇒ 6 Stück ≙ **2,88 €**

20/2.o. 2,25 kg ≙ 50 m ⇒ 1,44 kg ≙ **32 m**

20/3.o. 5 Leuchten ≙ 240 h ⇒ 3 Leuchten ≙ **400 h**

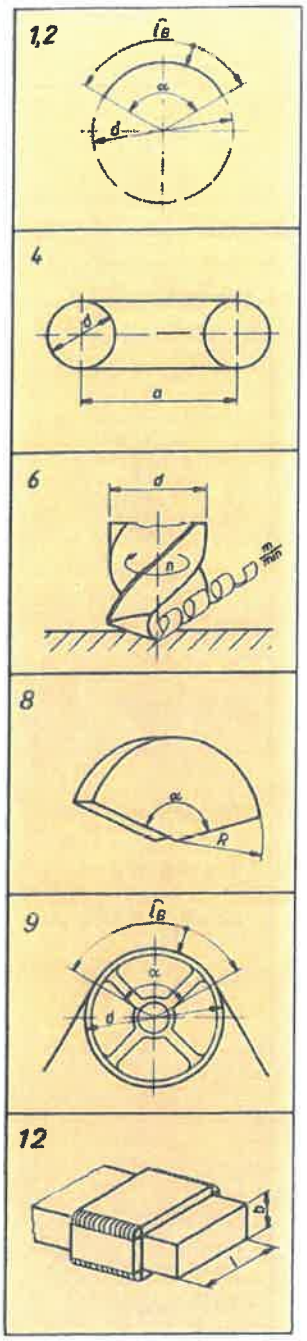
1.6.4 Verhältnisgleichungen, Prozentrechnen

Lösungen zu 1.6.4

20/1.u. (100 – 25) % ≙ 54 € ⇒ 100% = **72 €**

20/2.u. 100% ≙ 400 V ⇒ ±2,5% ≙ **± 10 V**

20/3.u. 80% ≙ 84 Ah ⇒ 100% ≙ **105 Ah**



Aufgaben

Umfangsberechnung

Berechnen Sie die fehlenden Werte!

1. Aufgabe

	a	b	c
Durchmesser in mm	240	120	?
Zentriwinkel in °	180	?	90
Bogenlänge in mm	?	125	47

2. Aufgabe

	a	b	c
r in cm	12	24	?
α in °	30	?	120
l_B in cm	?	25	100

3. Ein Förderrad hat einen Durchmesser von 450 mm. Wie viel Umdrehungen führt es auf einer Strecke von 1 km aus?

4. Welche Riemenlänge ist für zwei Riemenscheiben von 350 mm Durchmesser bei 1,5 m Achsabstand erforderlich?

5. Welchen Durchmesser muss ein rundes Fenster erhalten, wenn es den gleichen Umfang wie ein quadratisches Fenster von 620 mm Seitenlänge erhalten soll?

6. Welchen Spanweg legt ein Wendelbohrer von 20 mm Durchmesser in einer Minute zurück, wenn der Bohrer 520 Umdrehungen ausführt?

7. Für eine Blechschablone beträgt die Bogenlänge 312 mm, der Zentriwinkel 106°. Wie groß ist der Durchmesser?

8. Eine Schutzhaube soll mit einer Bogenlänge von 818 mm und einem Radius von 310 mm hergestellt werden. Ermitteln Sie den Zentriwinkel!

9. Die Bogenlänge einer kreisförmigen Steuerscheibe soll 420 mm betragen, die Umsteuerung nach 120° erfolgen. Ermitteln Sie den Durchmesser!

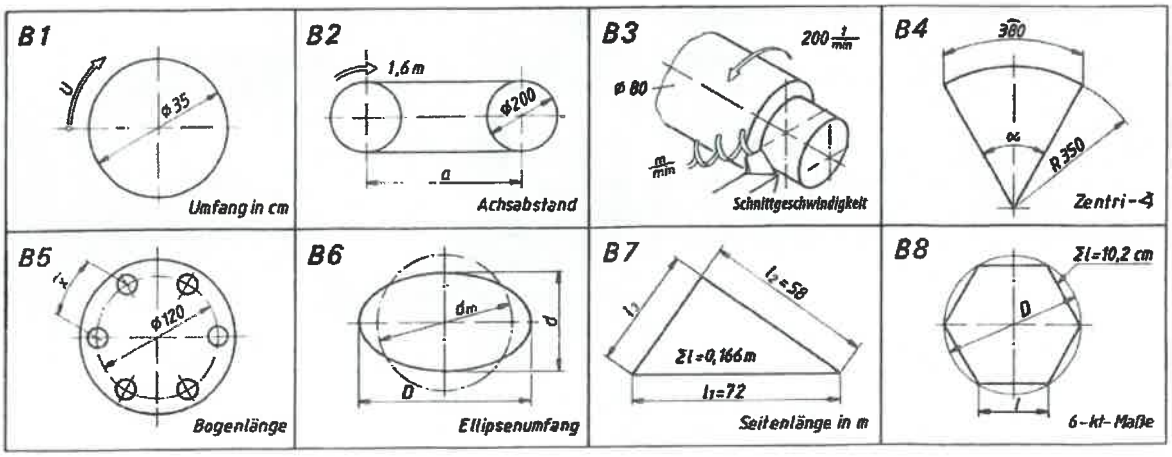
10. Auf einer Riemenscheibe mit 450 mm Durchmesser liegt der Flachriemen mit 520 mm Bogenlänge auf. Errechnen Sie den Umschlingungswinkel!

11. Ein rechteckiger Kasten hat die Umfangslänge 3168 mm, die Seiten verhalten sich wie 3 : 5. Wie lang sind sie?

12. Bei einem rechteckigen Behälter mit 600 cm Umfang ist die eine Seite um 6 dm länger als die andere. Ermitteln Sie die Längen.

▶ **Wissen – Erkennen – Werten**

a) Begründen Sie das Verhältnis vom Kreisumfang zum Durchmesser.
b) Wie groß ist der Fehler in %, wenn man für π mit der Zahl 3,14 rechnet?
c) Für welche Anwendungsbereiche ist die Umfangsberechnung von Bedeutung?
d) Wie groß ist der Fehler in %, wenn für π der Näherungswert 22/7 beträgt?
e) Schreiben Sie den Ellipsenumfang als Funktion eines mittleren Durchmessers.



Umfangsberechnung

				Hinweise
1. a) $l_B =$	$\frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360°}$	$= \frac{240 \cdot \pi \cdot 180°}{360°}$	$= 377\,mm$	○
b) $\alpha =$	$\frac{l_B \cdot 360°}{d \cdot \pi}$	$= \frac{125 \cdot 360°}{120 \cdot \pi}$	$= 119{,}43°$	$l_B = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360°}$
c) d $=$	$\frac{l_B \cdot 360°}{\alpha \cdot \pi}$	$= \frac{47 \cdot 360°}{90° \cdot \pi}$	$= 59{,}88\,mm$	$l_B = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360°}$
2. a) $l_B =$	$\frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180°}$	$= \frac{12 \cdot \pi \cdot 30°}{180°}$	$= 6{,}28\,cm$	○
b) $\alpha =$	$\frac{l_B \cdot 180°}{r \cdot \pi}$	$= \frac{25 \cdot 180°}{24 \cdot \pi}$	$= 59{,}71°$	$l_B = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180°}$
c) r $=$	$\frac{l_B \cdot 180°}{\alpha \cdot \pi}$	$= \frac{100 \cdot 180°}{120° \cdot \pi}$	$= 47{,}77\,mm$	$l_B = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180°}$
3. n $=$	$\frac{U}{d \cdot \pi}$	$= \frac{1000}{0{,}45 \cdot \pi}$	$= 707{,}71$ Umdr.	$U = d \cdot \pi \cdot n$
4. L $=$	$2 \cdot a + d \cdot \pi$	$= 2 \cdot 1{,}5 + 0{,}35 \cdot \pi$	$= 4{,}1\,m$	Riemenlänge
5. d $=$	$\frac{4 \cdot a}{\pi}$	$= \frac{4 \cdot 620}{\pi}$	$= 789{,}81\,mm$	$4 \cdot a = d \cdot \pi$
6. v_c $=$	$d \cdot \pi \cdot$ Drehfrequenz	$= 0{,}02 \cdot \pi \cdot 520$	$= 32{,}66\,m/min$	Geschwindigkeit
7. d $=$	$\frac{l_B \cdot 360°}{\pi \cdot \alpha}$	$= \frac{312 \cdot 360}{\pi \cdot 106}$	$= 337{,}46\,mm$	$l_B = d \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360°}$
8. α $=$	$\frac{l_B \cdot 360°}{d \cdot \pi}$	$= \frac{818 \cdot 360}{620 \cdot \pi}$	$= 151{,}26°$	"
9. d $=$	$\frac{l_B \cdot 360°}{\alpha \cdot \pi}$	$= \frac{420 \cdot 360}{\pi \cdot 120}$	$= 401{,}27\,mm$	"
10. α $=$	$\frac{l_B \cdot 360°}{d \cdot \pi}$	$= \frac{520 \cdot 360}{450 \cdot \pi}$	$= 132{,}48°$	"
11. l $=$	$\frac{5 \cdot L}{2 \cdot 8}$	$= \frac{5 \cdot 3168}{2 \cdot 8}$	$= 990\,mm$	8 Anteile $= \frac{L}{2}$
b $=$	$\frac{3 \cdot L}{2 \cdot 8}$	$= \frac{3 \cdot 3168}{2 \cdot 8}$	$= 594\,mm$	5 Anteile = l 3 Anteile = b
12. U $=$	$2(l + b)$	$\rightarrow \frac{U}{2}$	$= l + b$	$l = b + 60$
b $=$	$\frac{\frac{U}{2} - 60}{2}$	$= \frac{300 - 60}{2}$	$= 120\,cm$	
l $=$	$b + 60$	$= 120 + 60$	$= 180\,cm$	Kontrolle

Wissen – Erkennen – Werten

a) Umfang und Durchmesser stehen im Verhältnis zur Zahl π. — Kreiszahl

Kreisumfang = Funktion vom Durchmesser

U	=	f	von	d,	geschrieben f (d)
y	=	f (x)			
y	=	m · x	mit	m = Steigungsfaktor (hier 3,14), siehe Seite 22	

b) Die Abweichung beträgt 0,05%. — Abweichung

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

				Hinweise
c) Riemenlänge, gestreckte Länge, zylindrische Abwicklungen, Rohrisolierung, Rohrheizflächen ...				Anwendung
d) Früher: Ägypter verwendeten den unechten Bruch $\frac{22}{7} \approx 3{,}14$ für die Kreisberechnung.				Näherungswert
Heute: Als Näherungswert, z. B. für die Wechselradberechnung ($P = m \cdot \pi$) Der Abweichungsfehler beträgt 0,04 %.				
e) Ellipsenumfang	$=$ Funktion von d_m			
U	$= f(d_m)$	$\Rightarrow$	$d_m = \frac{d+D}{2}$	Ellipse
y	$= f(x)$		$y = mx$	$m = 3{,}14$
B1 U	$= d \cdot \pi$	$= 35 \cdot \pi$	$= 109{,}9\,\text{mm}$	
B2 a	$= \frac{U - d \cdot \pi}{2}$	$= \frac{1600 - 200 \cdot \pi}{2}$	$\approx 486\,\text{mm}$	$U = 2 \cdot a + d \cdot \pi$
B3 v_c	$= d \cdot \pi \cdot n$	$= 0{,}08 \cdot \pi \cdot 200$	$= 50{,}24 \frac{\text{m}}{\text{min}}$	Spanlänge
B4 α	$= \frac{l_B \cdot 360°}{d \cdot \pi}$	$= \frac{380 \cdot 360}{700 \cdot \pi}$	$= 62{,}24°$	$l_B = d \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360°}$
B5 x	$= \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360°}$	$= \frac{120 \cdot \pi \cdot 60°}{360°}$	$= 62{,}8\,\text{mm}$	$l_B = x$
B6 U	$= \frac{d+D}{2} \cdot \pi$		$= d_m \cdot \pi$	Ellipse
B7 l_3	$= U - (l_1 + l_2)$	$= 0{,}166 - (0{,}072 + 0{,}058)$	$= 0{,}036\,\text{m}$	$U = l_1 + l_2 + l_3$
B8 l	$= \frac{U}{6} = \frac{102}{6}$	$= 17\,\text{mm}, d = 2 \cdot s$	$= 2 \cdot 17 = 34\,\text{mm}$	$l \triangleq R$

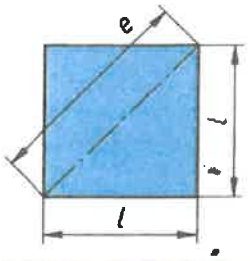
Lehrsatz des Pythagoras

1. a) c	$= \sqrt{a^2 + b^2}$	$= 10\sqrt{8^2 + 6^2}$	$= 100\,\text{cm}$	$c^2 = a^2 + b^2$
b) b	$= \sqrt{c^2 - a^2}$	$= \sqrt{30^2 - 24^2}$	$= 18\,\text{cm}$	$c^2 = a^2 + b^2$
c) a	$= \sqrt{c^2 - b^2}$	$= \sqrt{25^2 - 15^2}$	$= 20\,\text{cm}$	$c^2 = a^2 + b^2$
2. a) c	$= \sqrt{a^2 + b^2}$	$= 100 \cdot \sqrt{6^2 + 4^2}$	$= 721{,}1\,\text{mm}$	Hypotenuse
b) b	$= \sqrt{c^2 - a^2}$	$= 10 \cdot \sqrt{78^2 - 36^2}$	$= 692\,\text{mm}$	Kathete
c) a	$= \sqrt{c^2 - b^2}$	$= 100 \cdot \sqrt{8{,}55^2 - 6{,}22^2}$	$= 586{,}6\,\text{mm}$	Kathete
3. c	$= \sqrt{2{,}1^2 + 1{,}2^2}$	$= \sqrt{5{,}85}$	$= 2{,}419\,\text{m}$	$c^2 = a^2 + b^2$
4. b	$= \sqrt{c^2 - a^2}$	$= \sqrt{3{,}5^2 - 3^2} = \sqrt{3{,}25}$	$= 1{,}803\,\text{m}$	$c^2 = a^2 + b^2$
5. c	$= \sqrt{5^2 + 1{,}5^2}$	$= \sqrt{27{,}25}$	$= 5{,}22\,\text{m}$	$c^2 = h^2 + b^2$
6. h	$= \sqrt{c^2 - \frac{L^2}{4}}$	$= \sqrt{2^2 - 1{,}25^2} = \sqrt{2{,}4375}$	$= 1{,}56\,\text{m}$	$c^2 = \frac{L^2}{4} + h^2$
7. c	$= 2 \cdot \sqrt{2{,}1^2 + 1{,}2^2}$	$= 2 \cdot \sqrt{5{,}85}$	$= 4{,}837\,\text{m}$	$\frac{c^2}{4} = \left(\frac{L^2}{4} + h^2\right)$

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

Flächen

Quadrat



A	Fläche	mm^2
l	Seitenlänge	mm
e	Eckenmaß	mm

Fläche

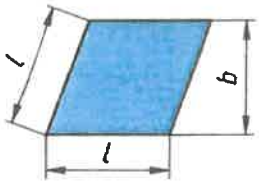
$$A = l^2$$

$$l = \sqrt{A}$$

Eckenmaß

$$e = \sqrt{2} \cdot l$$

Rhombus (Raute)



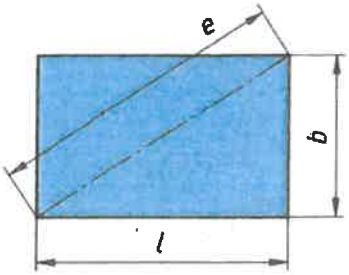
A	Fläche	mm^2
l	Seitenlänge	mm
b	Breite	mm

Fläche

$$A = l \cdot b$$

$$l = \frac{A}{b}$$

Rechteck



A	Fläche	mm^2
l	Länge	mm
b	Breite	mm
e	Eckenmaß	mm

Fläche

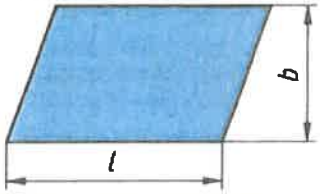
$$A = l \cdot b$$

$$l = \frac{A}{b}$$

Eckenmaß

$$e = \sqrt{l^2 + b^2}$$

Rhomboid (Parallelogramm)



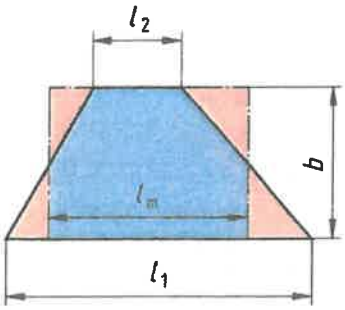
A	Fläche	mm^2
l	Länge	mm
b	Breite	mm

Fläche

$$A = l \cdot b$$

$$l = \frac{A}{b}$$

Trapez



A	Fläche	mm^2
l_1	große Länge	mm
l_2	kleine Länge	mm
l_m	mittlere Länge	mm
b	Breite	mm

Fläche

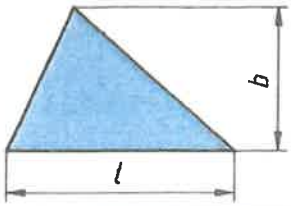
$$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$$

$$A = l_m \cdot b$$

Mittlere Länge

$$l_m = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

Dreieck



A	Fläche	mm^2
l	Seitenlänge	mm
b	Breite	mm

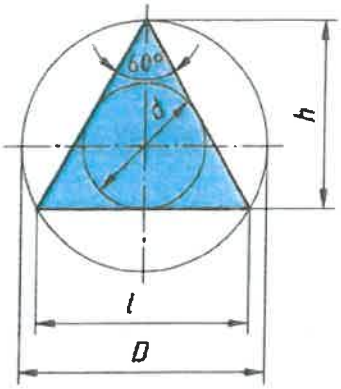
Fläche

$$A = \frac{l \cdot b}{2}$$

$$l = \frac{2 \cdot A}{b} \qquad b = \frac{2 \cdot A}{l}$$

Flächen

Gleichseitiges Dreieck



A	Fläche	mm^2
l	Seitenlänge	mm
D	Durchmesser des Umkreises	mm
d	Durchmesser des Inkreises	mm
h	Höhe	mm

Durchmesser des Umkreises

$$D = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot l = 2 \cdot d$$

Fläche

$$A = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot l^2$$

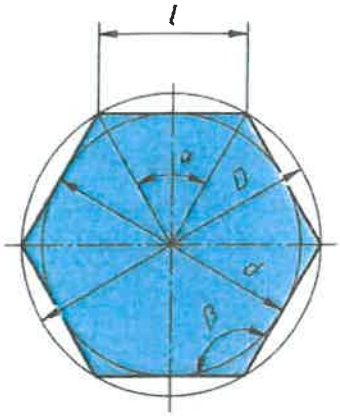
Durchmesser des Inkreises

$$d = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot l = \frac{D}{2}$$

Höhe

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot l$$

Regelmäßiges Vieleck



A	Fläche	mm^2
l	Seitenlänge	mm
D	Durchmesser des Umkreises	mm
d	Durchmesser des Inkreises	mm
n	Eckenzahl	–
α	Mittelpunktswinkel	°
β	Eckenwinkel	°

Mittelpunktswinkel

$$\alpha = \frac{360°}{n}$$

Fläche

$$A = \frac{n \cdot l \cdot d}{4}$$

Eckenwinkel

$$\beta = 180° - \alpha$$

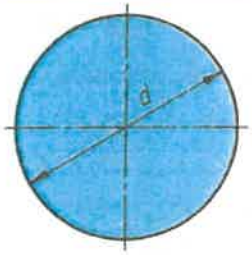
Seitenlänge

$$l = D \cdot \sin\left(\frac{180°}{n}\right)$$

Durchmesser des Inkreises

$$d = \sqrt{D^2 - l^2}$$

Kreis



A	Fläche	mm^2
d	Durchmesser	mm
U	Umfang	mm

Umfang

$$U = \pi \cdot d$$

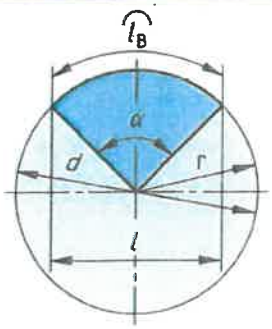
$$d = \frac{U}{\pi}$$

Fläche

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

Kreisausschnitt



A	Fläche	mm^2
d	Durchmesser	mm
l_B	Bogenlänge	mm
l	Sehnenlänge	mm
r	Radius	mm
α	Mittelpunktswinkel	°

Sehnenlänge

$$l = 2 \cdot r \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$$

Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180°}$$

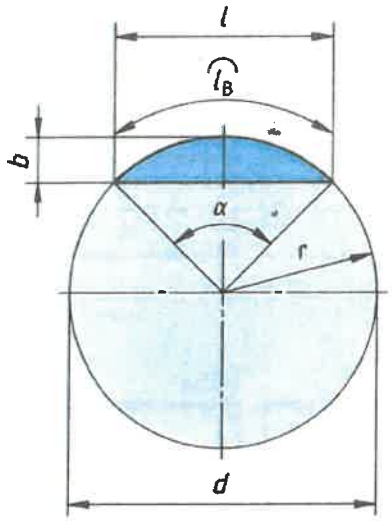
Fläche

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360°}$$

$$A = \frac{l_B \cdot r}{2}$$

Flächen

Kreisabschnitt



A	Fläche	mm^2
d	Durchmesser	mm
r	Radius	mm
l_B	Bogenlänge	mm
l	Sehnenlänge	mm
b	Breite	mm
α	Mittelpunktswinkel	°

Fläche

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{\alpha}{360°} - \frac{l \cdot (r-b)}{2}$$

$$A = \frac{l_B \cdot r - l \cdot (r-b)}{2}$$

Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180°}$$

Breite

$$b = \frac{l}{2} \cdot \tan\frac{\alpha}{4}$$

$$b = r - \sqrt{r^2 - \frac{l^2}{4}}$$

Sehnenlänge

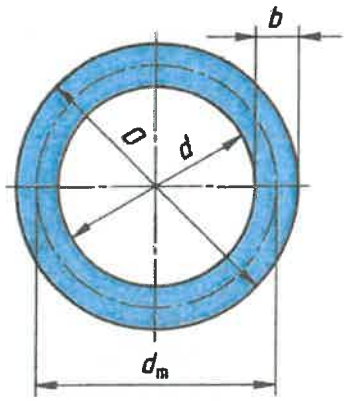
$$l = 2 \cdot r \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$$

$$l = 2 \cdot \sqrt{b \cdot (2 \cdot r - b)}$$

Radius

$$r = \frac{b}{2} + \frac{l^2}{8 \cdot b}$$

Kreisring



A	Fläche	mm^2
D	Außendurchmesser	mm
d	Innendurchmesser	mm
d_m	mittlerer Durchmesser	mm
b	Breite	mm

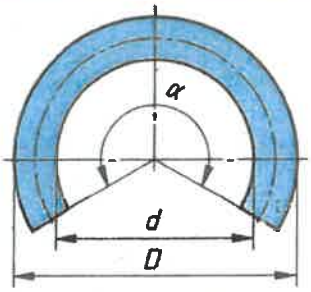
Fläche

$$A = \pi \cdot d_m \cdot b$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi} + d^2}$$

Kreisringausschnitt



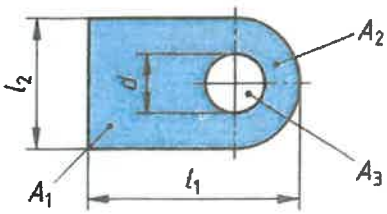
A	Fläche	mm^2
D	Außendurchmesser	mm
d	Innendurchmesser	mm
α	Mittelpunktswinkel	°

Fläche

$$A = \frac{\pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360°} \cdot (D^2 - d^2)$$

Zusammengesetzte Flächen

Beispiel: 3 Teilflächen

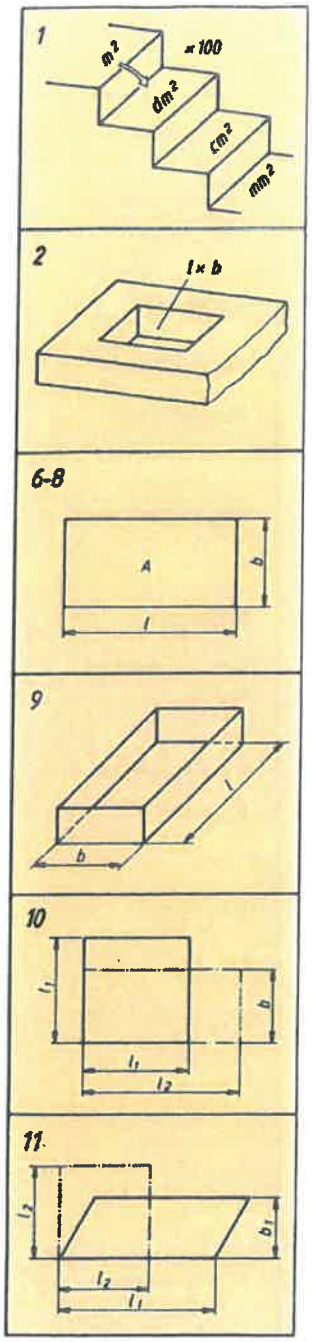


Die Gesamtfläche erhält man durch Addieren bzw. Subtrahieren der Teilflächen.

A	Gesamtfläche	mm^2
A_1, A_2, A_3	Teilflächen	mm^2
l_1, l_2	Längen	mm
d	Durchmesser	mm

Gesamtfläche

$$A = A_1 + A_2 - A_3$$



Aufgaben

Regelmäßige Vierecke

1. Verwandeln Sie in
   a) m²: 3,8 dm², 0,78 cm², 3 140 mm², 0,04 cm², 31,4 dm², 3,8 mm²
   b) cm²: 6,3 m², 0,66 dm², 2 130 mm², 0,03 dm², 86,4 m², 2,4 mm²
   c) dm²: 9,8 cm², 0,31 m², 6 186 mm², 0,23 m², 22,2 cm², 0,2 mm²
   d) mm²: 4,3 dm², 0,04 m², 7 281 cm², 2,12 cm², 0,21 dm², 0,003 m²

   Die fehlenden Werte sind zu berechnen.

2.

Rechteck	a	b	c
Länge in cm	40	50	?
Breite in cm	25	?	4,5
Fläche in cm²	?	180	270

3.

Rhomboid	a	b	c
l in m	0,2	0,3	?
b in dm	1,5	?	3,5
A in cm²	?	750	1 400

4. Es wird eine Abdeckplatte mit den Maßen 760 × 760 mm benötigt. Berechnen Sie den notwendigen Blechbedarf in m²!

5. Für eine Träger-Versteifung wird ein Blech in Rhombusform benötigt. Die Grundseite wird mit 182 mm und die Senkrechte dazu mit 153 mm gemessen. Ermitteln Sie den Flächenbedarf (in cm²)!

6. Eine Blechtafel ist 1 200 mm lang und 580 mm breit. Berechnen Sie den Flächeninhalt (in m²)!

7. Für ein Nummernschild werden 5,72 dm² Blech verarbeitet. Ermitteln Sie bei bekannter Grundseite von 52 cm die Breite (in mm)!

8. Für eine Blechtür werden 1,89 m² Blech benötigt. Die Tür ist 0,9 m breit. Berechnen Sie die Türhöhe (in mm)!

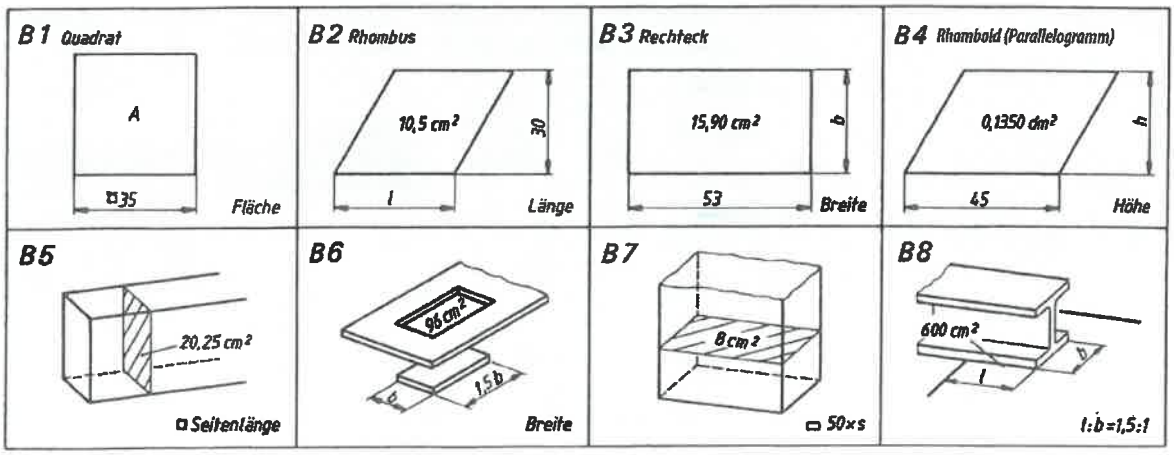
9. Die Grundseiten einer rechteckigen Ölwanne verhalten sich wie 2 : 5 bei einem Flächeninhalt von 0,162 m². Der Flächeninhalt soll um 3,4 dm² vergrößert werden. Bestimmen Sie die neuen Seiten in cm!

10. Ein Quadrat von 120 mm Seitenlänge soll in ein flächengleiches Rechteck von 85 mm Breite verwandelt werden. Wie lang wird die Grundseite?

11. Ein Rhomboid von 140 mm Länge und 60 mm Breite soll in ein flächengleiches a) Rechteck von 110 mm Länge, b) Quadrat (n. Tab.), c) in einen flächengleichen Rhombus von 80 mm Breite verwandelt werden.

▶ **Wissen – Erkennen – Werten**

a) Erläutern Sie, wie viel Ausdehnungen eine Fläche besitzt.
b) Worauf ist beim Umrechnen von Flächeneinheiten zu achten?
c) Vergleichen Sie die Bezeichnungen Parallelogramm, geradlinig begrenzte Flächen und regelmäßige Vierecke.



	Hinweise
Wissen–Erkennen–Werten	
a) Der Biegewiderstand ist abhängig von Werkstoff, Größe des Querschnitts, Lage des Querschnitts zur Biegeachse, Temperatur, Biegeradius, Walzrichtung ...	Biegewiderstand
b) Die äußeren Fasern werden durch Zugkräfte gestreckt.	Beanspruchung
Die inneren Fasern werden durch Druckkräfte gestaucht.	
Die Streckung bewirkt eine Querschnittsverminderung.	
Die Stauchung bewirkt eine Querschnittserhöhung.	
c) Stahlrohre dürfen nicht kleiner als 3× Rohrdurchmesser sein, sonst besteht die Gefahr der Faltenbildung und Einknickgefahr.	Biegeradius
Der Biegeradius ist abhängig von der Walzrichtung des Bleches, der Blechdicke und vom Material.	
d) Rohre – Die Schweißnaht soll in der neutralen Zone liegen.	Biegearbeiten
Bleche – möglichst quer zur Walzrichtung biegen.	
e) Profile – anhand eines Tabellenbuchs, hier e = 1,4 cm Achsenabstand.	Schwerpunktslage
f) Für Ösen bzw. Planschleifen der Federn sind zwei zusätzliche Windungen vorzusehen, $l = D_m \cdot \pi (n + 2)$.	Federn
g) Der Ausgleichswert beträgt nach dem Tabellenbuch v = 12,7 mm.	
Gestreckte Länge $L = l_1 + l_2 + \ldots - n \cdot v$.	n = Biegestellen
B1 $L = d_m \cdot \pi = 0{,}27 \cdot \pi = 0{,}848\,\text{m}$	$d_m = d_i + s$
B2 $L = d_m \cdot \pi + 2 \cdot a - 20 = 5{,}2 \cdot \pi + 2 \cdot 7 - 2 = 28{,}328\,\text{cm}$	○
B3 $L = d_m \cdot \pi \cdot \left(\frac{650}{25} + 2\right) = 0{,}275 \cdot \pi \cdot \left(\frac{650}{25} + 2\right) = 24{,}178\,\text{m}$	$i_B = 26 + 2$
B4 $L = 2 \cdot d_m \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360°} + l = \frac{2 \cdot 260 \cdot \pi \cdot 255}{360} + 290 = 1446{,}566\,\text{mm}$	$L = \Sigma l$
$= 144{,}66\,\text{cm}$	
B5 $L = l_1 + \frac{d_{m_1} \cdot \pi}{2} + l_2 + \frac{d_{m_2} \cdot \pi}{2} + l_3$	"
$= 110 + \frac{190 \cdot \pi}{2} + 270 + \frac{210 \cdot \pi}{2} + 380 = 1388{,}3\,\text{mm}$	
B6 $L = L_1 + L_2 = 816{,}8 + 1005{,}3 = 1822{,}10\,\text{mm}$	"
$L_1 = d_{m_1} \cdot \pi = 260 \cdot \pi = 816{,}4\,\text{mm}$	
$L_2 = d_{m_2} \cdot \pi = 320 \cdot \pi = 1004{,}8\,\text{mm}$	
B7 $L = 2(560 + 360) - 4 \cdot 80 = 1520\,\text{mm}$	L = Außenmaße $- n \cdot s$
B8 $L = 50 + 2 \cdot 30 + 2 \cdot 10 + 4 \cdot 5 = 150\,\text{mm}$	L = Innenmaße
$= 15\,\text{cm}$	$+ n \cdot s$

Regelmäßige Vierecke

1. a)	0,038	0,000078	0,00314	0,000004	0,314	0,0000038	m^2
b)	63000	66	21,3	3	864000	0,024	cm^2
c)	0,098	31	0,6186	23	0,222	0,00002	dm^2
d)	43000	40000	728100	212	2100	3000	mm^2

2. a) $A = l \cdot b$	$= 40 \cdot 25$	$= 1000\,\text{cm}^2$	Rechteck
b) $b = \frac{A}{l}$	$= \frac{180}{50}$	$= 3{,}6\,\text{cm}$	$A = l \cdot b$
c) $l = \frac{A}{b}$	$= \frac{270}{4{,}5}$	$= 60\,\text{cm}$	$A = l \cdot b$

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

				Hinweise
3. a)	$A = l \cdot b$	$= 20 \cdot 15$	$= 300\,cm^2$	Rhomboid
b)	$b = \frac{A}{l}$	$= \frac{7,5}{3}$	$= 2,5\,dm$	$A = l \cdot b$
c)	$l = \frac{A}{b}$	$= \frac{0,14}{0,35}$	$= 0,4\,m$	$A = l \cdot b$
4.	$A = 0,76^2$		$= 0,5776\,m^2$	○
5.	$A = l \cdot b$	$= 18,2 \cdot 15,3$	$= 278,46\,cm^2$	○
6.	$A = l \cdot b$	$= 1,2 \cdot 0,58$	$= 0,696\,m^2$	○
7.	$b = \frac{A}{l}$	$= \frac{57200}{520}$	$= 110\,mm$	$A = l \cdot b$
8.	$l = \frac{A}{b}$	$= \frac{1890000}{900}$	$= 2100\,mm$	$A = l \cdot b$
9.	$x = \sqrt{\frac{A_1 + A_2}{2 \cdot 5}}$	$= \sqrt{\frac{1620 + 340}{2 \cdot 5}}$	$= \sqrt{196} = 14\,cm$	$2 \cdot 5 \cdot x^2 = A_1 + A_2$
	$l = 5 \cdot 14 = 70\,cm$	$b = 2 \cdot 14$	$= 28\,cm$	
10.	$A = l_1^2$	$= 120 \cdot 120$	$= 14400\,mm^2$	Flächen-umwandlung
	$l_2 = \frac{A}{b}$	$= \frac{14400}{85}$	$= 169,4\,mm$	$A = l_2 \cdot b$
11.	$A = l_1 \cdot b_1$	$= 140 \cdot 60$	$= 8400\,mm^2$	"
a)	$b = \frac{A}{l}$	$= \frac{8400}{110}$	$= 76,36\,mm$	$A = l \cdot b$
b)	$l_2 = \sqrt{A}$	$= \sqrt{8400}$	$= 91,65\,mm$	$\sqrt{\ } \rightarrow$ Tabelle
c)	$l_3 = \frac{A}{b}$	$= \frac{8400}{80}$	$= 105\,mm$	

Wissen – Erkennen – werten

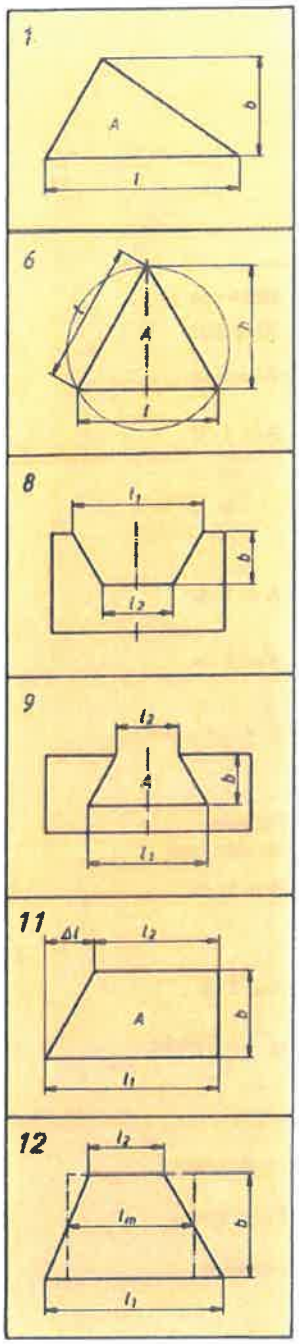
a) Eine Fläche hat zwei Ausdehnungen, Länge × Breite. — Ausdehnung
Die Basiseinheit der Fläche ist das Quadratmeter, Kurzzeichen m^2.

b) Die Umrechnungszahl von Flächeneinheit zu Flächeneinheit ist 100. — Umrechnung
Es sollte mit zweckmäßigen Einheiten gerechnet werden.

c) Ein Parallelogramm ist ein Viereck, dessen gegenüberliegende Seiten parallel sind. Dieser Lehrsatz trifft auch für geradlinig begrenzte Flächen oder regelmäßige Vierecke zu. — Vergleich

B1	$A = l^2$	$= 35^2$	$= 1225\,mm^2$	○
B2	$l = \frac{A}{b}$	$= \frac{1050}{30}$	$= 35\,mm$	$A = l \cdot b$
B3	$b = \frac{A}{l}$	$= \frac{1590}{53}$	$= 30\,mm$	$A = l \cdot b$
B4	$h = \frac{A}{l}$	$= \frac{1350}{45}$	$= 30\,mm$	$A = l \cdot h$
B5	$l = \sqrt{A}$	$= \sqrt{2025}$	$= 45\,mm$	$A = l^2$
B6	$b = \sqrt{\frac{A}{1,5}}$	$= \sqrt{\frac{9600}{1,5}}$	$= 80\,mm$	$A = 1,5 \cdot b^2$
B7	$s = \frac{A}{b}$	$= \frac{800}{50}$	**$= 16\,mm$**	$A = b \cdot s$

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien



Aufgaben

Dreieck und Trapez

Die fehlenden Werte sind zu berechnen!

1.

Dreieck	a	b	c	d
Länge in cm	30	40	?	35
Breite in cm	30	?	8	?
Flächen in cm²	?	200	600	105

2.

Trapez	a	b	c	d
l_m in m	1,2	0,8	?	1,4
b in cm	1,5	?	16	?
A in dm²	?	16	9,6	2,52

3. Eine dreieckige Matrize mit 688 mm² Querschnitt hat eine Breite von 35 mm. Berechnen Sie die Länge der Grundseite!

4. Von einem dreieckigen Durchbruch mit 1450 mm² Fläche und 35,5 mm Grundseite wird die Breite gesucht.

5. Ein dreieckiger Stempel von 8500 mm² Querschnitt soll um 1500 mm² bei gleich bleibender Breite von 85 mm verringert werden. Wie groß wird dann die Grundseite?

6. Ein gleichseitiges Lüftungsfenster hat eine Seitenlänge von 450 mm. Wie groß wird der Lüftungsquerschnitt (in cm²)?

7. Eine Traverse soll durch zwei trapezförmige Bleche verstärkt werden. Die Grundseiten sind 320 mm und 730 mm lang, die Breite beträgt 160 mm. Berechnen Sie den Querschnittsbedarf (in m²)!

8. Von einer trapezförmigen Führungsleiste mit 220 cm² Querschnitt sind die Grundlängen mit 140 und 300 mm bekannt. Die Breite wird gesucht.

9. Eine Schwalbenschwanzführung mit 2250 mm² Führungsfläche hat eine Breite von 45 mm. Berechnen Sie die lange Grundseite, wenn die kürzere mit 35 mm gemessen wird!

10. Die parallelen Seiten eines Trapezes sollen im Verhältnis 3 : 5 aufgeteilt werden. Die Fläche beträgt 371,84 cm² und die Breite 112 mm. Ermitteln Sie die parallelen Seiten!

11. Ermitteln Sie die parallelen Seiten eines Trapezes, wenn deren Differenz 2 cm, der Flächeninhalt 735 mm² und die Breite 21 mm betragen.

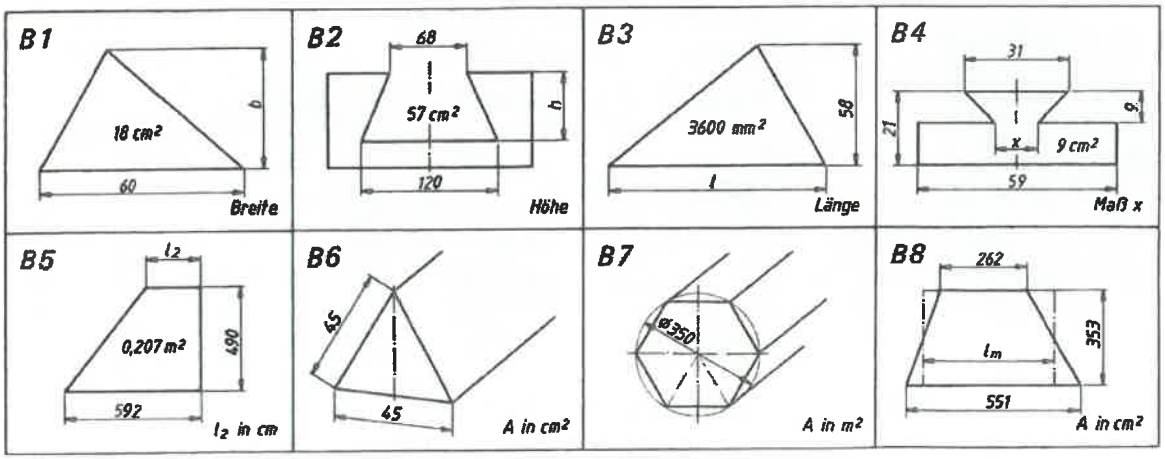
12. Ein Trapez mit den parallelen Seiten 85 und 115 mm hat 6,5 cm Breite. Es soll in ein flächengleiches Rechteck bei gleicher Breite umgewandelt werden. Bestimmen Sie die fehlende Seite (in cm)!

▶ **Wissen – Erkennen – Werten**

a) Erklären Sie die Beziehung zwischen der Fläche eines regelmäßigen Vierecks und der des Dreiecks.

b) Was ergibt sich beim Halbieren einer Parallelogrammfläche (Rhomboid) mit den Längen l_1 und l_2?

c) Zeigen Sie für die Berechnung einer Trapezfläche die unterschiedlichen Möglichkeiten auf.



				Hinweise
B8 b	$= \sqrt{\frac{A}{1{,}5}}$	$= \sqrt{\frac{60000}{1{,}5}}$	$= 200\,mm$	$A = l \cdot b$
l	$= 1{,}5\,b$	$= 1{,}5 \cdot 200$	$= 300\,mm$	$l = 1{,}5\,b$

Dreieck und Trapez

1. a) A	$= \frac{l \cdot b}{2}$	$= \frac{30 \cdot 30}{2}$	$= 450\,cm^2$	Dreieck
b) b	$= \frac{2A}{l}$	$= \frac{2 \cdot 200}{40}$	$= 10\,cm$	$A = \frac{l \cdot b}{2}$
c) l	$= \frac{2A}{b}$	$= \frac{2 \cdot 600}{8}$	$= 150\,cm$	$A = \frac{l \cdot b}{2}$
d) b	$= \frac{2 \cdot A}{l}$	$= \frac{2 \cdot 105}{35}$	$= 6\,cm$	$A = \frac{l \cdot b}{2}$
2. a) A	$= l_m \cdot h$	$= 12 \cdot 0{,}15$	$= 1{,}8\,dm^2$	Trapez
b) b	$= \frac{A}{l_m}$	$= \frac{1600}{80}$	$= 20\,cm$	$A = l_m \cdot b$
c) l_m	$= \frac{A}{b}$	$= \frac{0{,}096}{0{,}16}$	$= 0{,}6\,m$	$A = l_m \cdot b$
d) b	$= \frac{A}{l_m}$	$= \frac{252}{140}$	$= 1{,}8\,cm$	$A = l_m \cdot b$
3. l	$= \frac{2 \cdot A}{b}$	$= \frac{2 \cdot 688}{35}$	$= 39{,}314\,mm$	$A = \frac{l \cdot b}{2}$
4. b	$= \frac{2 \cdot A}{l}$	$= \frac{2 \cdot 1450}{35{,}5}$	$= 81{,}69\,mm$	$A = \frac{l \cdot b}{2}$
5. l	$= \frac{2(A_1 - A_2)}{b}$	$= \frac{2(8500 - 1500)}{85}$	$= 164{,}706\,mm$	$A_1 - A_2 = \frac{l \cdot b}{2}$
6. A	$= \frac{l \cdot b}{2}$	$= \frac{45 \cdot 45 \cdot 1{,}73}{2 \cdot 2}$	$= 875{,}81\,cm^2$	○
7. A	$= \frac{2 \cdot (l_1 + l_2)}{2} \cdot b$	$= \frac{2 \cdot (0{,}73 + 0{,}32) \cdot 0{,}16}{2}$	$= 0{,}168\,m^2$	○
8. b	$= \frac{2 \cdot A}{l_1 + l_2}$	$= \frac{2 \cdot 22000}{300 + 140}$	$= 100\,mm$	$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$
9. l_1	$= \frac{2A}{b} - l_2$	$= \frac{2 \cdot 2250}{45} - 35$	$= 65\,mm$	"
10. $l_1 + l_2$	$= \frac{2 \cdot A}{b}$	$= \frac{2 \cdot 371{,}84}{11{,}2}$	$= 66{,}4\,cm$	$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$
l_1	$= \frac{66{,}4 \cdot 5}{8}$	$= 41{,}5\,cm,$	$l_2 = \frac{66{,}4 \cdot 3}{8} = 24{,}9\,cm$	
11. $l_1 + l_2$	$= \frac{2 \cdot A}{b}$	$= \frac{2 \cdot 735}{21}$	$= 70\,mm$	
$l_1 + l_2$	$= 70\,mm$			
$l_1 - l_2$	$= 20\,mm$	$l_1 = 45\,mm,$	$l_2 = 25\,mm$	
$2l_1$	$= 90\,mm,$			

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

				Hinweise
12. A	$= \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot b$	$= \frac{8{,}5 + 11{,}5}{2} \cdot 6{,}5$	$= 65\,cm^2$	Flächenumwandlung
l	$= \frac{A}{b}$	$= \frac{65}{6{,}5}$	$= 10\,cm$	

Wissen – Erkennen – Werten

a) Jedes Dreieck lässt sich zu einem Parallelogramm ergänzen. — Beziehung
Folglich:
Dreiecksfläche = 1/2 der Parallelogrammfläche

b) Zwei Rhomboide oder zwei Trapeze. Jedes Trapez kann als die Hälfte eines Parallelogramms betrachtet werden. — Vergleich

c) Zerlegung in Dreiecksflächen oder in Teilflächen. Umformung in ein Rechteck mit mittlerer Länge. — Zerlegung

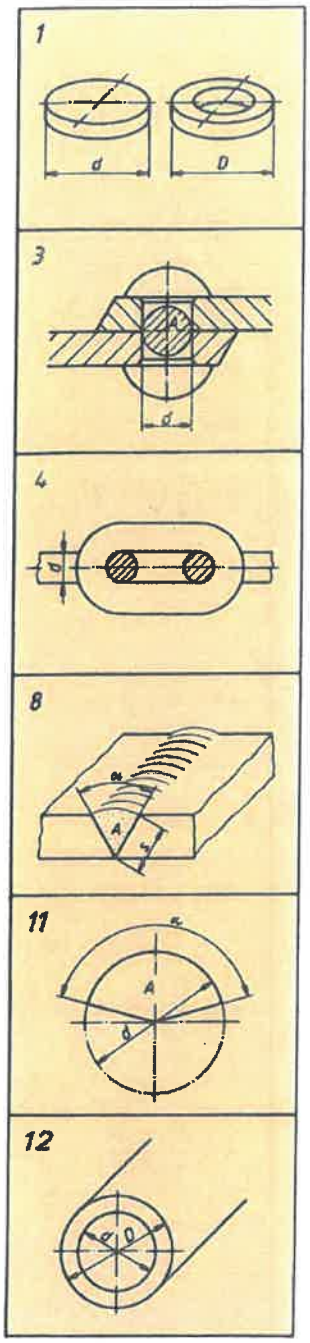
B1 b	$= \frac{2 \cdot A}{l}$	$= \frac{2 \cdot 1800}{60}$	$= 60\,mm$	$A = \frac{l \cdot b}{2}$
B2 h	$= \frac{2 \cdot A}{l_1 + l_2}$	$= \frac{2 \cdot 57}{12 + 6{,}8}$	$= 6{,}064\,cm$	$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h$
B3 l	$= \frac{2 \cdot A}{b}$	$= \frac{2 \cdot 3600}{58}$	$= 124{,}14\,mm$	$A = l \cdot b$
B4 A_1	$= l \cdot b$	$= 59 \cdot 12$	$= 708\,mm^2$	Rechteck
A_2	$= A - A_2$	$= 900 - 708$	$= 192\,mm^2$	$A = A_1 + A_2$
x	$= \frac{2A}{h} - l$	$= \frac{2 \cdot 192}{9} - 31$	$= 11{,}\overline{6}\,mm$	$A = \frac{l + x}{2} \cdot h$
B5 l_2	$= \frac{2A}{h} - l_1$	$= \frac{2 \cdot 2070}{49} - 59{,}2$	$= 25{,}29\,cm$	$A = \frac{l_1 + l_2}{2} \cdot h$
B6 A	$= \frac{l \cdot h}{2}$	$= \frac{4{,}5 \cdot 3{,}89}{2}$	$= 8{,}77\,cm^2$	○
h	$= \frac{l}{2} \cdot 1{,}73$	$= \frac{45}{2} \cdot 1{,}73$	$= 38{,}925\,mm$	$\sqrt{3} = 1{,}73$
B7 A	$= 6 \cdot \frac{l \cdot h}{2}$	$= 6 \cdot \frac{17{,}5 \cdot 15{,}138}{2}$	$= 794{,}75\,cm^2$ $= 0{,}0796\,m^2$	
h	$= \frac{R}{2} \cdot 1{,}73$	$= \frac{17{,}5}{2} \cdot 1{,}73$	$= 15{,}155\,cm$	Tabelle, Vielecke
B8 l_m	$= \frac{l_1 + l_2}{2}$	$= \frac{551 + 262}{2}$	$= 406{,}5\,mm$	
A	$= l_m \cdot b$	$= 40{,}65 \cdot 35{,}3$	$\approx 1435\,cm^2$	$A = l_m \cdot b$

Kreisförmige Flächen

1. a) A	$= d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 20^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$\approx 314\,cm^2$	Kreis
b) α	$= \frac{4 \cdot A \cdot 360°}{d^2 \cdot \pi}$	$= \frac{4 \cdot 353 \cdot 360°}{30^2 \cdot \pi}$	$\approx 180°$	$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360°}$
c) d	$= \sqrt{\frac{4 \cdot A \cdot 360°}{\pi \cdot \alpha}}$	$= \sqrt{\frac{4 \cdot 314 \cdot 360°}{\pi \cdot 90°}}$	$= 40\,cm$	$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360°}$

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

Aufgaben



Berechnen Sie die fehlenden Werte!

1.

Kreis, -ausschnitt	a	b	c
Durchmesser in cm	20	30	?
Zentriwinkel in °	360	?	90
Flächen in cm²	?	353	314

2.

Kreisring	a	b	c
D in cm	80	50	?
d in cm	60	?	39
A in dm²	?	7	4

3. Der geschlagene Nietdurchmesser beträgt 21 mm. Berechnen Sie den geschlagenen Nietquerschnitt!

4. Ein Kettenglied hat 981,6 mm² Gesamtquerschnitt. Bestimmen Sie den Kettendurchmesser (Tabelle)!

5. Eine Welle wird auf 220 mm Durchmesser abgedreht. Wie groß ist der Querschnitt in cm²?

6. Bei einer Kegelabwicklung wurde bei 180 mm Radius ein Winkel von 120° gemessen. Wie groß wird die Mantelfläche in cm²?

7. Bei einem Entlüftungsschlitz wurde bei 240 mm Radius ein 320 mm langer Bogen gemessen. Wie groß ist der Entlüftungsquerschnitt (in cm²)?

8. Zwei Bleche werden durch eine 60°-V-Naht verbunden. Berechnen Sie den Querschnitt der V-Naht, wenn die Schrägungskante mit 9,2 mm gemessen wurde!

9. Als Querschnitt einer Anschlussleiste werden 78,5 mm² gefordert. Berechnen Sie das Bogenmaß, wenn der Radius mit 15 mm gegeben ist!

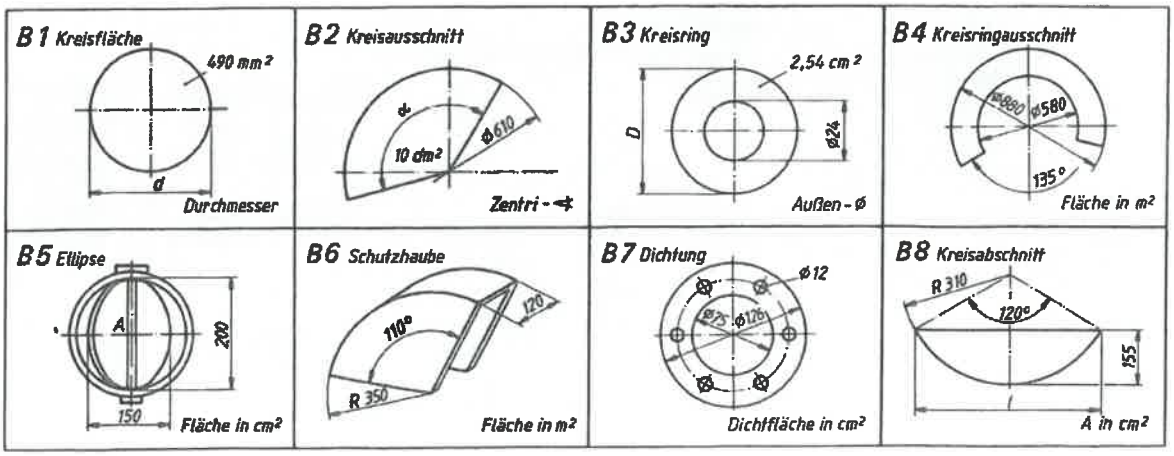
10. Aus einer Kreisfläche wird ein Kreissektor von 140 mm² herausgeschnitten. Bestimmen Sie den Zentriwinkel bei einem Durchmesser von 30 mm!

11. Für die Herstellung eines Trichtermantels wird 0,893 m² Blech benötigt. Wie groß ist dann der Radius bei einem Zentriwinkel von 160°?

12. Bei einem Stahlrohr beträgt die Summe der Durchmesser 16,8 cm, ihre Differenz 8 mm. Errechnen Sie die Durchmesser in mm!

▶ **Wissen – Erkennen – Werten**

a) Nennen Sie aus dem beruflichen Umfeld Beispiele für Kreis und Kreisring.
b) Zeigen Sie für die Berechnung einer Kreisringfläche die unterschiedlichen Möglichkeiten auf.
c) Vergleichen Sie die Formel für Kreisfläche und Ellipsenfläche.
d) Begründen Sie den Einsatz von berufsspezifischen Flächentabellen.



				Hinweise
2. a) A	$= A_1 - A_2$	$= 50{,}26 - 28{,}27$	$= 21{,}99\,dm^2$	Kreisring
A	$= \frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right)$	$= \frac{\pi}{4}\left(8^2 - 6^2\right)$	$= 21{,}99\,dm^2$	oder
A	$= \frac{\pi}{4}(D + d) \cdot (D - d)$	$= \frac{\pi}{4} \cdot 14 \cdot 2$	$= 21{,}99\,dm^2$	Binom
b) d	$= \sqrt{D^2 - \frac{4A}{\pi}}$	$= \sqrt{50^2 - \frac{4 \cdot 700}{\pi}}$	$= 40\,cm$	$A = \frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right)$
c) D	$= \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi} + d^2}$	$= \sqrt{\frac{4 \cdot 400}{\pi} + 39^2}$	$\approx 45\,cm$	$A = \frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right)$
3. A	$= d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 21^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= \mathbf{346{,}36\,cm^2}$	○
4. d	$= \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$	$= \sqrt{\frac{4 \cdot 490{,}8}{\pi}}$	$= 25\,mm$	$2A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$
5. A	$= d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 22^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 380\,cm^2$	○
6. A	$= \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360°}$	$= \frac{36^2 \cdot \pi \cdot 120}{4 \cdot 360}$	$= 339{,}29\,cm^2$	○
7. A	$= \frac{l_B \cdot r}{2}$	$= \frac{32 \cdot 24}{2}$	$= 384\,cm^2$	○
8. A	$= \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360°}$	$= \frac{18{,}4^2 \cdot \pi \cdot 60}{4 \cdot 360}$	$= 44{,}32\,mm^2$	○
9. l_B	$= \frac{2 \cdot A}{r}$	$= \frac{2 \cdot 78{,}5}{15}$	$= 10{,}47\,mm$	$A = \frac{l_B \cdot r}{2}$
10. α	$= \frac{4 \cdot A \cdot 360°}{d^2 \cdot \pi}$	$= \frac{4 \cdot 140 \cdot 360}{30^2 \cdot \pi}$	$= 71{,}3°$	$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360°}$
11. d	$= \sqrt{\frac{4 \cdot A \cdot 360°}{\alpha \cdot \pi}}$	$= \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}893 \cdot 360}{160 \cdot \pi}}$	$= 1{,}6\,m$ $r = 0{,}8\,m$	$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360°}$
12.	$D + d = 168\,mm$ $D - d = 8\,mm$ $2D = 176\,mm,$	$D = 88\,mm,$	$d = 80\,mm$	$D + d$ $D - d$

Wissen – Erkennen – Werten

a) Halbzeuge aus Rundstahl, Fertigungsprodukte aus Rundstahl, wie z. B. Kettenglieder, Bolzen, Federn, Kolbenfläche. — Kreis

Normteile, z. B. Nieten, Stempel, Schrauben, Stifte, Elektroden, Unterlegscheiben, Rohre, Spannstifte, Buchsen, Kolbenfläche ... — Kreisring

b) Differenz der Kreisflächen — Ringfläche =

Große Fläche – kleine Fläche (mithilfe der Flächentabelle).

$$\left(D^2 - d^2\right) \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$(D - d) \cdot (D + d) \cdot \frac{\pi}{4}$$

c) Beide Formeln (Ellipse und Kreis) haben den Faktor $\frac{\pi}{4}$. — Ellipse

In beiden Flächen heißt es Durchmesser × Durchmesser (Flächeneinheit „Hoch 2“).

d) Flächentabellen vereinfachen die Kalkulation von häufig wiederkehrenden Berechnungen, z. B. bei Halbzeugen von Stangen, Drähten und Rohren oder für Normquerschnitte bei Nieten, Bolzen, Ketten, Elektroden, Schrauben ... — Tabellen

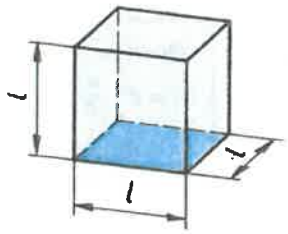
© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

				Hinweise
B1 d	$= \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$	$= \sqrt{\frac{4 \cdot 490}{\pi}}$	$= 24{,}98\,\text{mm}$	$A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$
B2 α	$= \frac{4 \cdot A \cdot 360°}{d^2 \cdot \pi}$	$= \frac{4 \cdot 10 \cdot 360°}{6{,}1^2 \cdot \pi}$	$= 123{,}18°$	$A = \frac{d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360°}$
B3 D	$= \sqrt{\frac{4A}{\pi} + d^2}$	$= \sqrt{\frac{254 \cdot 4}{\pi} + 24^2}$	$= 30\,\text{mm}$	$A = \frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right)$
B4 A	$= \frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right)\frac{\alpha}{360°}$	$= \frac{\pi\left(0{,}88^2 - 0{,}58^2\right) \cdot 225}{4 \cdot 360}$	$= 0{,}215\,\text{m}^2$	○
B5 A	$= \frac{\pi \cdot D \cdot d}{4}$	$= \frac{\pi \cdot 20 \cdot 15}{4}$	$= 235{,}6\,\text{cm}^2$	Ellipse
B6 A	$= A_1 + A_2$	$= 0{,}235 + 0{,}08$	$= 0{,}315\,\text{m}^2$	$A = \Sigma A$
A_1	$= \frac{2 \cdot d^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{4 \cdot 360}$	$= \frac{2 \cdot 0{,}7^2 \cdot \pi \cdot 110°}{4 \cdot 360°}$	$= 0{,}235\,\text{m}^2$	
A_2	$= \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360°} \cdot b$	$= \frac{0{,}7 \cdot \pi \cdot 110° \cdot 0{,}12}{360°}$	$= 0{,}08\,\text{m}^2$	
B7 A	$= A_1 - (A_2 + 6 \cdot A_3)$	$= 124{,}63 - (44{,}16 + 6{,}78)$	$= 73{,}72\,\text{cm}^2$	
A_1	$= D^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 12{,}6^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 124{,}69\,\text{cm}^2$	
A_2	$= d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 7{,}5^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 44{,}18\,\text{cm}^2$	○
$6A_3$	$= 6 \cdot d_3^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 6 \cdot 1{,}2^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 6{,}79\,\text{cm}^2$	
B8 A	$= A_1 - A_2$	$= 1006{,}4 - 416{,}18$	$= 590{,}22\,\text{cm}^2$	
A_1	$= \frac{l_B \cdot r}{2}$	$= \frac{64{,}93 \cdot 31}{2}$	$= 1005{,}4\,\text{cm}^2$	Ausschnitt
l_B	$= \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360°}$	$= \frac{62 \cdot \pi \cdot 120}{360}$	$= 64{,}93\,\text{cm}$	
A_2	$= \frac{l \cdot (r - b)}{2}$	$= \frac{53{,}7\,(31 - 15{,}5)}{2}$	$= 416{,}18\,\text{cm}$	Dreieck
l	$= 2 \cdot \sqrt{r^2 - h^2}$	$= 2 \cdot \sqrt{31^2 - 15{,}5^2}$	$= 53{,}7\,\text{cm}$	$R^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$
A	$= A_1 - A_2$	$= \frac{l_B \cdot r}{2} - \frac{l \cdot (r - b)}{2}$		Ableitung
		$= \frac{l_B \cdot r - l\,(r - b)}{2}$		Tabellenbuch

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

Volumen, Oberfläche

Würfel



V	Volumen	mm^3
A_O	Oberfläche	mm^2
l	Seitenlänge	mm

Volumen

$$V = l^3$$

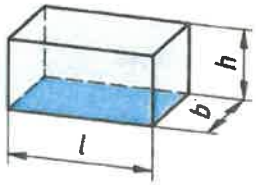
$$l = \sqrt[3]{V}$$

Oberfläche

$$A_O = 6 \cdot l^2$$

$$l = \sqrt{\frac{A_O}{6}}$$

Vierkantprisma, Quader



V	Volumen	mm^3
A_O	Oberfläche	mm^2
l	Seitenlänge	mm
h	Höhe	mm
b	Breite	mm

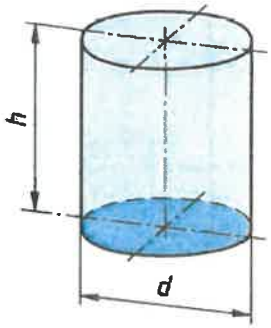
Volumen

$$V = l \cdot b \cdot h$$

Oberfläche

$$A_O = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

Zylinder



V	Volumen	mm^3
A_O	Oberfläche	mm^2
A_M	Mantelfläche	mm^2
d	Durchmesser	mm
h	Höhe	mm

Mantelfläche

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

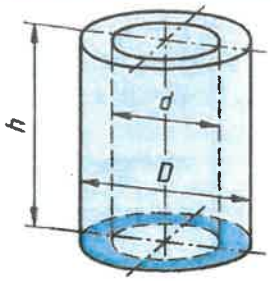
Volumen

$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h$$

Oberfläche

$$A_O = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

Hohlzylinder



V	Volumen	mm^3
A_O	Oberfläche	mm^2
D, d	Durchmesser	mm
h	Höhe	mm

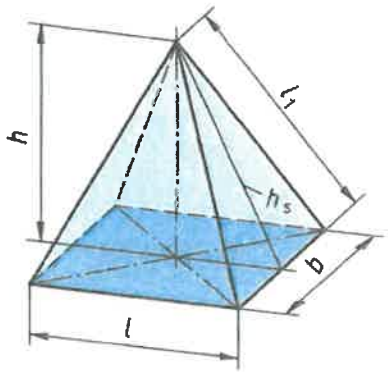
Volumen

$$V = \frac{\pi \cdot h}{4} \cdot (D^2 - d^2)$$

Oberfläche

$$A_O = \pi \cdot (D + d) \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (D - d) + h\right]$$

Pyramide



V	Volumen	mm^3
h	Höhe	mm
h_s	Mantelhöhe	mm
l	Seitenlänge	mm
l_1	Kantenlänge	mm
b	Breite	mm

Volumen

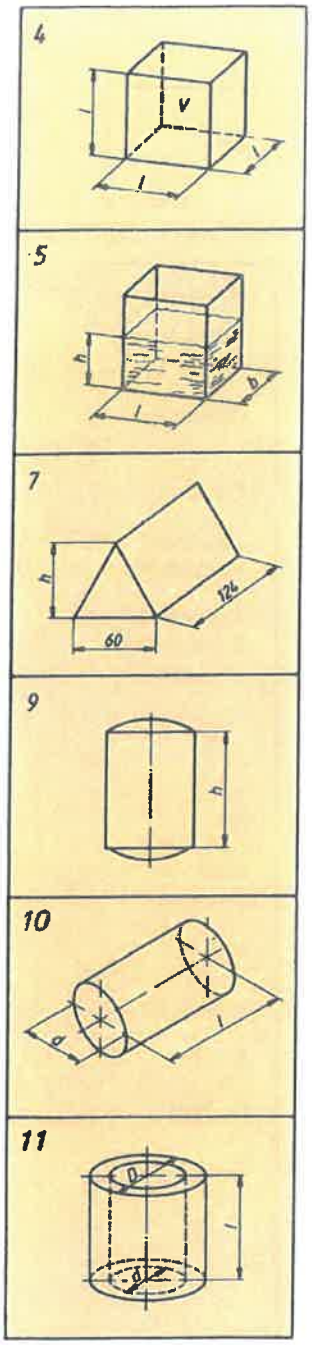
$$V = \frac{l \cdot b \cdot h}{3}$$

Kantenlänge

$$l_1 = \sqrt{h_s^2 + \frac{b^2}{4}}$$

Mantelhöhe

$$h_s = \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{4}}$$



Aufgaben

Körper gleicher Dicke

1. Verwandeln Sie in

a) m^3:	4,8 dm^3,	0,65 cm^3,	314 mm^3,	8345 cm^3,	42,85 dm^3
b) cm^3:	3,41 m^3	0,78 dm^3,	620 mm^3,	0,084 dm^3,	0,035 m^3
c) dm^3:	6,3 cm^3,	3,41 m^3,	731 mm^3,	0,451 cm^3,	0,005 m^3
d) mm^3:	9,4 dm^3,	9,08 m^3,	694 cm^3,	0,081 dm^3,	0,012 m^3

Berechnen Sie die fehlenden Werte!

2.

4kt-Stahl	a	b	c
Seitenlänge	45	60	?
Höhe in mm	270	?	450
Volumen in dm^3	?	1,3	2,53

3.

Rd-Stahl	a	b	c
d in mm	25	36	?
h in mm	125	?	230
V in cm^3	?	180	380

4. Das Volumen eines Würfels beträgt 5,832 cm^3. Wie lang ist eine Kantenlänge (Tabelle)?

5. Ein rechteckiger Wasserbehälter mit den Maßen 0,8 × 0,45 × 1,5 m soll mit Wasser gefüllt werden. Wie viel Liter kann er fassen?

6. Ein Ölbehälter mit der Grundfläche 60 × 40 cm ist mit 140 dm^3 Öl gefüllt. Welche Höhe hat der Ölspiegel in cm?

7. Ein gleichseitiges dreieckiges Prisma mit 60 mm Seitenlänge ist 124 mm lang. Berechnen Sie das Volumen (in cm^3)!

8. Ein Stahlblock mit 1800 cm^3 Volumen soll auf 1500 mm Länge ausgewalzt werden. Als Profilquerschnitt wird das Verhältnis $l : b = 3 : 1$ verlangt. Bestimmen Sie die Querschnittsmaße in mm!

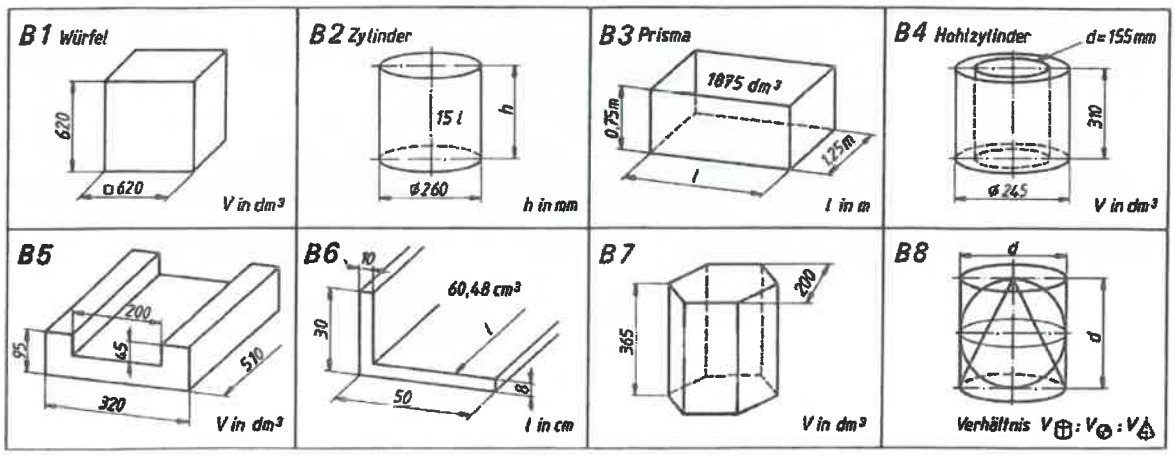
9. Ein zylindrisches Ausdehnungsgefäß hat 35 cm Durchmesser und 450 mm Höhe. Wie viel Liter fasst das Gefäß?

10. Das Volumen einer 1,6 m langen Walze wird mit 1017 mm^3 angegeben. Wie groß ist der Durchmesser (in mm)?

11. Von einer dickwandigen Hohlsäule mit 175 mm Außendurchmesser, 115 mm Innendurchmesser und 420 mm Höhe wird das Volumen gesucht in dm^3.

▶ **Wissen – Erkennen – Werten**

a) Erläutern Sie, wie viel Ausdehnungen ein Körper besitzt.
b) Erklären Sie, was Körper gleicher Dicke gemeinsam haben.
c) Worauf ist beim Umrechnen von Volumeneinheiten zu achten?
d) Begründen Sie den Einsatz von Flächentabellen.
e) Nennen Sie technische Beispiele für die Volumenberechnung.
f) Vergleichen Sie die Volumengleichung $V = A \quad h$ mit den üblichen Formeln der Tabellenbücher.



Wissen – Erkennen – Werten	Hinweise
a) Knotenbleche, Schablonen, Schweißteile ...	Beispiele
b) Fertigfläche = Summe der Teilflächen ($A = A_1 + A_2 + ...$), Fertigfläche = Blechbedarf – Blechverschnitt ($A = A_B - A_V$).	Formel
c) Die Aufteilung ist abhängig von – der angegebenen Bemaßung, der Form des Bleches, – der Aufgabenstellung, möglichst mit vorteilhaften Rechenschritten.	Aufteilung
d) Bruttofläche = das Ganze, der benötigte Blechbedarf, Nettofläche = die Fertigfläche.	Flächen
e) Abfall, Zugabe für die Erstellung des Fertigteils.	Verschnitt
f) ... für die Berechnung des Verschnitts ist die Bruttofläche. Der Verschnitt wird als Prozentwert vom erforderlichen Blechbedarf berechnet.	Bezugsgröße
g) Blechformen sind vorteilhaft anzureißen, Restflächen ausnutzen.	Ausnutzung
h) Das Anreißen von Bezugskanten erleichtert die Anreißarbeit, verringert Anreißfehler, verringert den Zeitaufwand und die Anreißkosten.	Bezugskanten

Körper gleicher Dicke

1. a)	0,0048	0,00000065	0,000000314	0,008345	0,04285	m^3
b)	3410000	780	0,62	84	35,000	cm^3
c)	0,0063	3410	0,000731	0,000451	5	dm^3
d)	9400000	9080000000	694000	81000	12000000	mm^3

2. a)	$V = A \cdot h$	$= 0{,}45^2 \cdot 2{,}7$	$= 0{,}547\,dm^3$	4-kt-Stahl
b)	$h = \frac{V}{A}$	$= \frac{1300000}{60 \cdot 60}$	$= 361{,}11\,mm$	$V = A \cdot h$
c)	$A = \frac{V}{h}$	$= \frac{2530000}{450}$	$= 56{,}22\,cm^2$	$V = A \cdot h$
	$l = \sqrt{A}$	$= \sqrt{5622}$	$\approx 75\,mm$	$A = l^2$
3. a)	$V = A \cdot h$	$= 2{,}5^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 12{,}5$	$= 61{,}36\,cm^3$	Rd-Stahl
b)	$h = \frac{V}{A}$	$= \frac{180000}{1017{,}88}$	$= 176{,}84\,mm$	$V = A \cdot h$
	$A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 36^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 1017{,}88\,mm^2$	○
c)	$A = \frac{V}{h}$	$= \frac{380}{23}$	$= 16{,}52\,cm^2$	$V = A \cdot h$
	$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$	$= \sqrt{\frac{4 \cdot 1652}{\pi}}$	$= 45{,}86\,mm$	$A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$
4.	$l = \sqrt[3]{V}$	$= \sqrt[3]{5{,}832\,cm^3}$	$= 1{,}8\,cm$	$V = l^3$
5.	$V = A \cdot h$	$= 8 \cdot 4{,}5 \cdot 15$	$= 540\,dm^3$	○
6.	$h = \frac{V}{A}$	$= \frac{140000}{60 \cdot 40}$	$= 58{,}33\,cm$	$V = A \cdot h$
7.	$V = A \cdot h$	$= \frac{6 \cdot 6 \cdot 1{,}73}{4} \cdot 12{,}4$	$= 193{,}297\,cm^3$	○
8.	$A = \frac{V}{l}$	$= \frac{1800}{150} = 12\,cm^2$	$= 1200\,mm^2$	$V = A \cdot l$
	$x = \sqrt{\frac{A}{3}}$	$= \sqrt{\frac{1200}{3}} = 20;\ l = 3 \cdot x$	$= 60\,mm,$	$3 \cdot l \cdot x^2 = A$
			$b = 20\,mm$	

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

				Hinweise
9.	$A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 3{,}5^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 9{,}621\ dm^2$	○
	$V = A \cdot h$	$= 9{,}621 \cdot 4{,}5$	$= 43{,}295\ dm^3 = l$	
10.	$A = \frac{V}{l}$	$= \frac{1017}{16}$	$= 63{,}5625\ dm^2$	$V = A \cdot l$
	$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$	$= \sqrt{\frac{4 \cdot 635625}{\pi}}$	$= 900\ mm$	$A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$
11.	$V = (2{,}40528 - 1{,}03869) \cdot 4{,}2$	$= 1{,}366 \cdot 4{,}2$	$= 5{,}737\ dm^3$	$V = (A_1 - A_2) \cdot h$

Wissen – Erkennen – Werten

a) Ein Körper hat drei Ausdehnungen, Länge × Breite × Höhe. — Ausdehnung
Die Basiseinheit des Volumens ist das Kubikmeter, Kurzzeichen m^3.

b) Körper gleicher Dicke werden auch gerade Körper genannt, — Körper
... besitzen: parallele Grund-und Deckflächen, senkrecht zu Grund- und Deckfläche verlaufende Mantelflächen.

c) Die Umrechnungszahl von Volumeneinheit zu Volumeneinheit ist 1000. — Umrechnung
Es sollte mit zweckmäßigen Einheiten gerechnet werden, d.h. je nach der Aufgabenstellung ist eine Umrechnung vor oder nach der Berechnung vorteilhaft.

d) Für Körper gleicher Dicke gilt: Volumen = Grundfläche × Höhe. — Tabellen
Bekannte Flächenformeln (Zahlenwerte) können im Teilschrittverfahren eingesetzt werden und erleichtern den Rechenschritt, mehr Übersicht und Zeitersparnis.

e) Behälter (Ausdehnungsgefäße, Vorratsraum, Messzylinder). — Beispiele
Hubraum bei Motoren, Fördermengen in der Hydraulik und Pneumatik.
Schweißtechnik ...

f) Vorteile der Gleichung $V = A \cdot h$: — Vergleich
– hat Gültigkeit für jede beliebige Grundfläche,
– eine Gleichung für Körper gleicher Dicke.

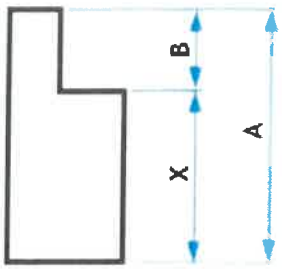
B1	$V = l^3$	$= 6{,}2^3$	$= 238{,}328\ dm^3$	○
B2	$h = \frac{V}{A}$	$= \frac{15000000}{53092{,}9}$	$= 282{,}52\ mm$	$V = A \cdot h$
	$A = 53092{,}9\ mm^3$ (n. Tabelle)			
B3	$A = \frac{V}{h}$	$= \frac{1875}{7{,}5}$	$= 250\ dm^2$	
	$l = \frac{A}{h}$	$= \frac{250}{12{,}5} = 20\ dm$	$= 2\ m$	$A = l \cdot h$
B4	$V = A \cdot h$	$= 2{,}83 \cdot 3{,}1$	$= 8{,}773\ dm^3$	
	$A = A_1 - A_2$	$= 4{,}71435 - 1{,}88692$	$= 2{,}82743\ dm^2$	Tabelle
	$V = (D^2 - d^2) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot h$	$= (2{,}45^2 - 1{,}55^2) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 3{,}1$	$= 8{,}765\ dm^3$	Rechnung
B5	$V = A \cdot h$	$= 2{,}14 \cdot 5{,}1$	$= 10{,}914\ dm^3$	○
	$A = A_1 - A_2$	$= 3{,}04 - 0{,}9$	$= 2{,}14\ dm^2$	
	$A_1 = l_1 \cdot h_1$	$= 3{,}2 \cdot 0{,}95$	$= 3{,}04\ dm^2$	
	$A_2 = l_2 \cdot h_2$	$= 2 \cdot 0{,}45$	$= 0{,}9\ dm^2$	
B6	$l = \frac{V}{A}$	$= \frac{60480}{620}$	$= 97{,}55\ mm$	$V = A \cdot l$
			$= 9{,}755\ cm$	
	$A = A_1 + A_2$	$= 40 \cdot 8 + 30 \cdot 10$	$= 620\ mm^2$	
B7	$V = A \cdot h$	$= 3{,}464 \cdot 3{,}65$	$= 12{,}644\ dm^3$	
	$A = 6 \cdot \frac{r \cdot s}{4}$	$= \frac{6 \cdot s^2}{4 \cdot 0{,}866} = \frac{3 \cdot 2^2}{4 \cdot 0{,}866}$	$= 3{,}464\ dm^2$	$r = \frac{e}{2};\ e = \frac{SW}{0{,}866}$

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

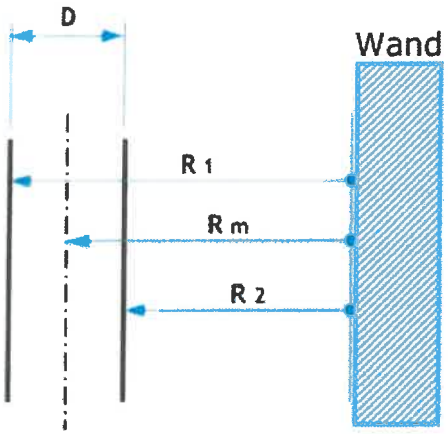
			Hinweise
B8 Zylinder			
$V_1 = A \cdot h$	$= \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4}$	$= \frac{d^3 \cdot \pi}{4}$	Zylinder
Kugel			
$V_2 = \frac{d^3 \cdot \pi}{6}$		$= \frac{d^3 \cdot \pi}{6}$	Kugel
Kegel			
$V_3 = \frac{A \cdot h}{3}$	$= \frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4 \cdot 3}$	$= \frac{d^3 \cdot \pi}{12}$	Kegel
$V_1 : V_2 : V_3$	$= \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{4 \cdot 6 \cdot 12}$	$= 3 : 2 : 1$	
Spitze und abgestumpfte Körper			
1. a) $V = \frac{A \cdot h}{3}$	$= \frac{78{,}54 \cdot 20}{3}$	$= 523{,}33\ dm^3$	Kegel
$A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 10^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 78{,}54\ dm^2$	
b) $h = \frac{3 \cdot V}{A}$	$= \frac{3 \cdot 7{,}4}{4{,}9}$	$= 4{,}53\ dm$	$V = \frac{A \cdot h}{3}$
$A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 2{,}5^2 \cdot \frac{\pi}{4}$	$= 4{,}9\ dm^2$	
c) $A = \frac{3 \cdot V}{h}$	$= \frac{3 \cdot 17}{6}$	$= 8{,}5\ dm^2$	$V = \frac{A \cdot h}{3}$
$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$	$= \sqrt{\frac{4 \cdot 8{,}5}{\pi}}$	$= 3{,}29\ dm$	$A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$
2. a) $V = \frac{A \cdot h}{3}$	$= \frac{2{,}25 \cdot 0{,}3}{3}$	$= 0{,}225\ dm^3$	Pyramide
$A = l^2$	$= 1{,}5^2$	$= 2{,}25\ dm^2$	
b) $h = \frac{3 \cdot V}{A}$	$= \frac{3 \cdot 18000}{900}$	$= 60\ cm$ $= 600\ mm$	$V = \frac{A \cdot h}{3}$
$A = l^2$	$= 30$	$= 900\ cm^2$	
c) $A = \frac{3 \cdot V}{h}$	$= \frac{3 \cdot 60000}{9}$	$= 20000\ cm^2$	$V = \frac{A \cdot h}{3}$
$l = \sqrt{A}$	$= 100\sqrt{2}$	$= 141{,}42\ cm$	$A = l^2$
3. $h = \frac{3 \cdot V}{A}$	$= \frac{3 \cdot 444000}{11309{,}7}$	$= 117{,}775\ mm$	$V = \frac{A \cdot h}{3}$
$A = 11309{,}7\ mm^2$ (n. Tabelle)			
4. $A = \frac{3 \cdot V}{h}$	$= \frac{3 \cdot 300000}{100}$	$= 9000\ mm^2$	"
$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$	$= \sqrt{\frac{4 \cdot 9000}{\pi}}$	$= 107\ mm$	$A = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$
5. $V = \frac{A \cdot h}{3}$	$= \frac{4{,}5 \cdot 4{,}5 \cdot 6}{3}$	$= 40{,}5\ dm^3$	○
6. $h = \frac{3 \cdot V}{A}$	$= \frac{3 \cdot 135}{3 \cdot 3}$	$= 45\ cm$	$V = \frac{A \cdot h}{3}$

© 2010 by Verlag Jugend & Volk GmbH, Wien

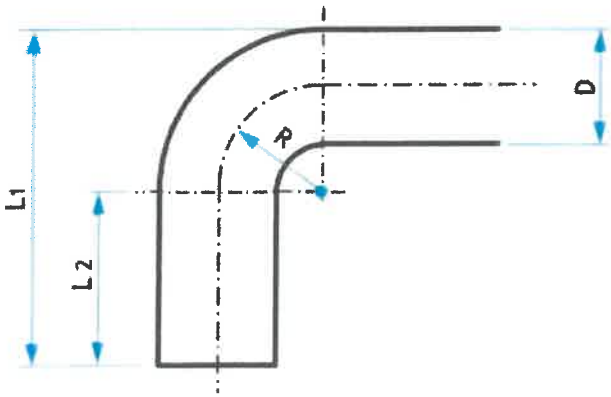
Geometriegrundlagen mit Formelentwicklung



A und B ist gegeben.
Erstelle die Formel zur Berechnung von X.

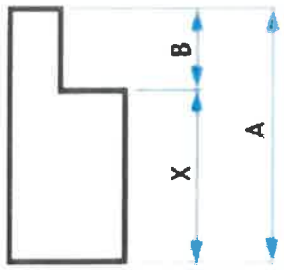


D und Rm ist gegeben.
Erstelle die Formeln zur Berechnung von R1 und R2.



L1, R und D ist bekannt.
Erstelle die Formel zur Berechnung von L2.

Geometriegrundlagen mit Formelentwicklung



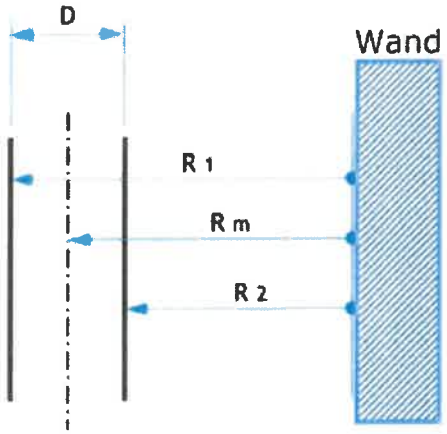
geg. A und B

ges. $x = A - B$

$A = X + B \quad | -B$

$X = A - B$

A und B ist gegeben.
Erstelle die Formel zur Berechnung von X.



geg. D + Rm

ges. $R_1 = ?$

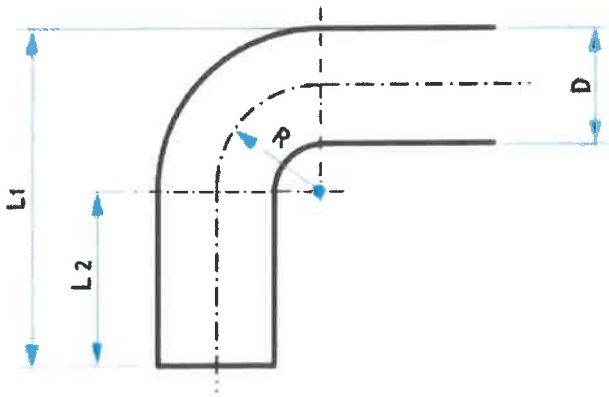
$R_2 = ?$

$R_1 = R_m + \frac{D}{2}$

$R_2 = R_m - \frac{D}{2}$

$R_2 = R_1 - D$

D und Rm ist gegeben.
Erstelle die Formeln zur Berechnung von R1 und R2.



geg. L1, R + D

ges. $L_2 = ?$

$L_2 = L_1 - R - \frac{D}{2}$

L1, R und D ist bekannt.
Erstelle die Formel zur Berechnung von L2.